

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**  
**SEDE QUITO**

**CARRERA:**  
**INGENIERÍA MECÁNICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:**  
**INGENIERO MECÁNICO**

**TEMA:**  
**DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN AGITADOR DE CHOCOLATE DE 30**  
**LITROS DE CAPACIDAD CON CONTROL DE TEMPERATURA**

**AUTOR:**  
**JORGE LUIS TUTALCHÁ ACOSTA**

**TUTOR:**  
**PABLO MESÍAS ALMEIDA MOLINA**

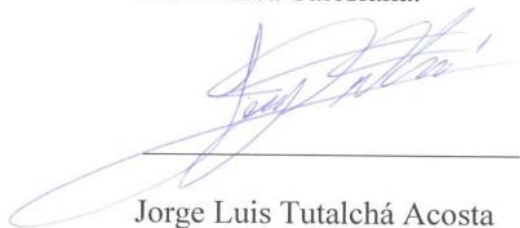
**Quito, marzo del 2016**

## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Yo Jorge Luis Tatalchá Acosta, con documento de identificación N° 1719562371, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de titulación intitulado: “DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN AGITADOR DE CHOCOLATE DE 30 LITROS DE CAPACIDAD CON CONTROL DE TEMPERATURA”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: ingeniero mecánico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En ampliación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada.

En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Jorge Luis Tatalchá Acosta

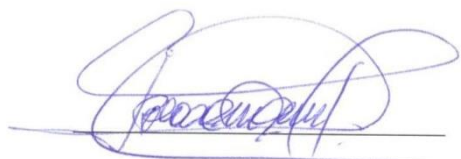
C.I.: 1719562371

Marzo del 2016

## **CARTA DE DECLARACIÓN DE COAUTORÍA**

Yo declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación:  
“DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN AGITADOR DE CHOCOLATE DE 30  
LITROS DE CAPACIDAD CON CONTROL DE TEMPERATURA”, realizado por  
Jorge Luis Tatalchá Acosta, obteniendo un producto que cumple con todos los  
requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerados  
como trabajo final de titulación.

Quito, marzo de 2016



Pablo Mesías Almeida Molina

C.I.: 1704359510

## **Agradecimiento**

Se extiende los más sinceros agradecimientos a la Universidad Politécnica Salesiana por todo los conocimientos impartidos a través de los años transcurridos, además de a todos los profesores que supieron transmitir su sabiduría con paciencia y tenacidad.

Se quiere expresar especiales agradecimientos a todas las personas que colaboraron en este trabajo, desde profesores hasta amigos que colaboraron con sus oportunas opiniones y correcciones.

## Índice

Introducción.....	1
Capítulo 1 .....	2
Marco Teórico .....	2
1.1 Estado actual del sector chocolatero en el país .....	2
1.2 Perspectivas a futuro del sector .....	6
Capítulo 2 .....	10
Parámetros de diseño y modelación matemática.....	10
2.1 Características del chocolate en estado líquido .....	10
2.2 Supuestos iniciales de diseño .....	14
2.3 Restricciones de modelo matemático .....	15
2.4 Presentación de ecuaciones diferenciales .....	16
2.5 Modelamiento matemático del fenómeno.....	18
2.6 Análisis de estrategias de resolución de ecuaciones .....	20
Capítulo 3 .....	31
Diseño de elementos.....	31
3.1 Diseño de tanque. ....	31
3.2 Diseño de soporte .....	38
3.3 Diseño de aspas .....	42
3.4 Dimensionamiento de motor eléctrico .....	51
3.5 Diseño del sistema de control de temperatura.....	54
Capítulo 4 .....	58

Simulación de modelo matemático .....	58
4.1 Análisis de ecuaciones.....	58
4.2 Migración de ecuaciones a modelo numérico .....	59
4.3 Simulación del fenómeno .....	59
Capítulo 5 .....	73
Costos .....	73
5.1 Costos de diseño .....	73
5.2 Costos de materiales .....	73
5.3 Costos de fabricación .....	76
5.4 costos de insumos y logística .....	77
Conclusiones .....	79
Recomendaciones.....	81
Referencias .....	82

## Índice de figuras

Figura 1. Productores de cacao .....	3
Figura 2. Zonas de producción continua de cacao, datos 2009.....	4
Figura 3. Estadística de superficies de producción continua de cacao a nivel nacional ..	5
Figura 4. Estadísticas de exportación de cacao y elaborados en Ecuador, valores FOB:.....	7
Figura 5. Exportaciones ecuatorianas de cacao y elaborados en toneladas .....	8
Figura 6. Importaciones mundiales de cacao y elaborados.....	9
Figura 7. Densidad de la grasa de manteca de cacao .....	11
Figura 8. Viscosidad dinámica de la manteca de cacao .....	12
Figura 9. Gráfica de variación de calor específico en las grasas de cacao.....	13
Figura 10. Volumen de control infinitesimal para demostración.....	16
Figura 11. Volumen de control de energía para el flujo de fluido .....	17
Figura 12. Diagrama de configuración del sistema (tanque de chocolate) .....	19
Figura 13. Cuadrícula de discretización para el sistema .....	25
Figura 14. Plano de tanque de chocolate diseñado .....	32
Figura 15. Gráfica de temperatura vs. presión, grafico según catalogo .....	33
Figura 16. Gráfica de desplazamiento máximo simulado .....	34
Figura 17. Grafica de distribución de factor de seguridad simulada.....	35
Figura 18. Gráfica de desplazamientos simulados.....	36
Figura 19. Gráfica de distribución del factor de seguridad simulado .....	37
Figura 20. Distribución de fuerzas sobre estructura.....	39
Figura 21. Gráfica de desplazamientos producidos .....	40
Figura 22. Gráfica del factor de seguridad generado .....	41
Figura 23. Agitador tipo ancla comercial.....	43

Figura 24. Agitador tipo paleta comercial.....	44
Figura 25. Agitador tipo ancla combinado con paletas de teflón para recolección .....	45
Figura 26. Diagrama de fuerzas actuantes sobre paletas de teflón en superficies internas de tanque.....	47
Figura 27. Gráfica de desplazamientos máximos al inicio del movimiento .....	50
Figura 28. Gráfica del factor de seguridad generado durante la acción de las cargas iniciales .....	51
Figura 29. Circuito de control de temperatura configurado para el control del sistema.	57
Figura 30. Curva de temperaturas en función de eje Z .....	67
Figura 31. Curva de temperaturas en función del eje Z .....	68
Figura 32. Curva de temperaturas en función del eje Z .....	68
Figura 33. Curva de temperaturas en función del eje Z .....	69
Figura 34. Curva de temperaturas en función del eje tiempo .....	69
Figura 35. Superficie de temperaturas obtenidas de simulación, tiempo [21 seg], pasos [34], nudos [30] .....	70
Figura 36. Superficie generada con tiempo [19 seg], pasos [34], nudos [30] .....	71
Figura 37. Superficie generada con tiempo [21 seg], pasos [34], nudos [30] .....	72



## Índice de Tablas

Tabla 1. Conductividad y difusividad térmica de la grasa del cacao.....	13
Tabla 2. Datos físicos y térmicos recopilados.....	61
Tabla 3. Perfil de temperatura inicial empleado en la simulación .....	62
Tabla 4. Perfil de temperaturas en capa de aire .....	62
Tabla 5. Perfil de temperaturas desarrollado entre fuego y acero.....	63
Tabla 6. Datos iniciales empleados en la simulación.....	64
Tabla 7. Resumen de perfiles de temperatura obtenidos de simulación .....	65
Tabla 8. Costos de diseño.....	73
Tabla 9. Costos de materiales.....	73
Tabla 10. Costos de fabricación .....	77
Tabla 11. Costos de embalaje .....	77
Tabla 12. Resumen de costos .....	78

## Índice de ecuaciones

Ecuación 1. ....	16
Ecuación 2. ....	17
Ecuación 3. ....	18
Ecuación 4. ....	18
Ecuación 5. ....	20
Ecuación 6. ....	20
Ecuación 7. ....	20
Ecuación 8. ....	20
Ecuación 9. ....	21
Ecuación 10. ....	21
Ecuación 11. ....	21
Ecuación 12. ....	21
Ecuación 13. ....	22
Ecuación 14. ....	22
Ecuación 15. ....	22
Ecuación 16. ....	22
Ecuación 17. ....	22
Ecuación 18. ....	23
Ecuación 19. ....	23
Ecuación 20. ....	23
Ecuación 21. ....	23
Ecuación 22. ....	23
Ecuación 23. ....	24
Ecuación 24. ....	26

Ecuación 25. ....	26
Ecuación 26. ....	26
Ecuación 27. ....	26
Ecuación 28. ....	26
Ecuación 29. ....	26
Ecuación 30. ....	26
Ecuación 31. ....	26
Ecuación 32. ....	27
Ecuación 33. ....	27
Ecuación 34. ....	27
Ecuación 35. ....	27
Ecuación 36. ....	27
Ecuación 37. ....	27
Ecuación 38. ....	27
Ecuación 39. ....	27
Ecuación 41. ....	27
Ecuación 42. ....	27
Ecuación 43. ....	28
Ecuación 44. ....	28
Ecuación 45. ....	29
Ecuación 46. ....	30
Ecuación. 47.....	30
Ecuación. 48.....	46
Ecuación. 49.....	46
Ecuación 50. ....	46

Ecuación 51. ....	53
Ecuación 52. ....	53
Ecuación 53. ....	58
Ecuación 54. ....	59
Ecuación 55. ....	59
Ecuación 56. ....	60
Ecuación 57. ....	60
Ecuación 58. ....	60

## **Índice de anexos**

Anexo 1. Deducción de la ecuación diferencial de la conducción de calor .....	86
Anexo 2. Deducción de la ecuación de convección difusión.....	88
Anexo 3. Discretización de ecuación diferencial para conducción en diferencias finitas.....	91
Anexo 4. Discretización de ecuación de convección difusión en diferencias finitas.....	92
Anexo 5. Cotización de moto reductor .....	94
Anexo 6. Ficha técnica de moto reductor.....	95
Anexo 7. Cotización de IMPORTACEROS .....	98
Anexo 8. Cotización de CASTEK .....	99
Anexo 9. Cotización de Ivan Bohman .....	100
Anexo 10. Cotización de Castillo Hermanos .....	101
Anexo 11. Certificación de catálogo INOPRES .....	102
Anexo 12. Sección de catálogo de bridas forjadas normalizadas .....	103
Anexo 13. Sección de catálogo de tuberías en acero inoxidable .....	104
Anexo 14. Datasheet de acero inoxidable .....	106
Anexo 15. Sección de catálogo Swagelock de válvulas de alivio.....	107
Anexo 16. Vistas generales de equipo diseñado .....	108
Anexo 17. Vista isométrica en explosión.....	109
Anexo 18. Algoritmo de simulación para Matlab .....	110

## **Resumen**

El trabajo que el lector tiene a disposición fue realizado a fin de estudiar la transferencia de calor de un tanque para calentar y mezclar chocolate en pequeña escala.

El tema fue propuesto por un productor artesanal de chocolate de la localidad de Pomasqui, el cual tiene el potencial suficiente para incrementar su volumen de producción actual, siempre y cuando cuente con las herramientas necesarias.

Cabe destacar que el desarrollo de este tipo de iniciativas promueve una cadena de sucesos beneficiosos para la sociedad en conjunto y para sus propios protagonistas, ya que promueve el empleo y el desarrollo económico.

Durante el desarrollo del mismo se probó con varias alternativas para dar solución al problema de la distribución de temperaturas dentro del sistema. Si bien primero se intentó mediante un acercamiento analítico para conseguir un modelo matemático que abarcara todo el proceso, la resolución analítica resultó complicada, visto y considerando el alcance del trabajo, se decidió analizar el sistema desde el enfoque del método numérico.

También se prestó atención al diseño estructural que conlleva el equipo, ya que la idea inicial de diseño es que tendría dos tipos de fuentes de energía para llevar a cabo su función: primero las llamas de un quemador y dependiendo de la economía de la persona que fue la causa del tema, se dejaría el quemador y se pasaría a alimentar de calor al tanque mediante caudales de vapor de agua.

## **Abstract**

The work that the reader has available, was developed in order to study the heat transfer from a heating and mixing tank of small-scale chocolate.

This project was proposed by an artisan chocolate maker from the parish Pomasqui. He has the potential to increase its current production volume, but for this he needs the most suitable tools.

Note that the development of such ideas promotes a chain of events, which give some advantages to the whole society and not only to the authors, one of these events is the creation of more job creation and the economic development.

During its development, several alternatives to solve the problem of the temperature distribution within the system were tested. first it was studied by an analytical approach in order to obtain a mathematical model of the entire process. The analytical solution was complicated to obtain. For this reason it was decided to analyze the system from the perspective of the numeric method.

The structural design of the machine was another important point in this thesis. The initial design idea was about two types of energy sources to perform its function: first the flames of a burner and depending on the economy of the person It was the cause of the issue, stop the burner and heat pass to feed the tank with water vapor flows.

## **Introducción**

El problema que se enfrenta en este trabajo es principalmente la obtención de un modelo matemático capaz de predecir las distribuciones de temperatura que se desarrollan a través de un sistema compuesto por varias capas de materiales diferentes y sujetos a diferentes procesos de transferencia de calor de manera unidimensional a través del tiempo, además se diseña un tanque para fundir chocolate donde se puede aplicar el problema principal que se trata aquí.

La solución al problema planteado fue obtener las ecuaciones que rigen los procesos de transferencia de calor en cada tipo de material involucrado y tratar de resolver dichas ecuaciones de manera analítica para finalmente conjugarlas en una sola matriz que cohesione los resultados de todos los tipos de materiales que intervinieron.

Sin embargo, no se opta por esta opción, sino que se prefiere tratar el problema mediante métodos numéricos siguiendo un esquema de resolución similar al planeado al inicio de la idealización del modelo matemático.

Además del análisis de variación de temperaturas que se realiza, se procede a diseñar el equipo donde se genera la problemática analizada basando dicho diseño en los requerimientos de un pequeño productor de chocolate de la ciudad de Quito.

Cabe destacar que este trabajo al ser en su mayoría de naturaleza teórica tratado unidimensionalmente y en el dominio del tiempo; es susceptible de ser ampliado hacia las restantes dos dimensiones espaciales para conformar un modelo teórico más completo del fenómeno de transferencia de calor.



## **Capítulo 1**

### **Marco Teórico**

#### **1.1 Estado actual del sector chocolatero en el país**

Desde la época de la colonia; Ecuador ha sido considerado como uno de los más importantes proveedores de cacao para el mundo, sin embargo la industria asociada al cacao como es la del chocolate no ha sido explotada en su inmenso potencial.

Actualmente, el país solamente figura como un productor de materia prima y no como un fabricante de productos acabados.

Se debe tener en cuenta los orígenes de la industria del cacao en Ecuador. En la década de 1890 el cacao fue el principal motor de la economía nacional, siendo esta la causa principal de la apertura de los primeros bancos.

Las principales provincias que desarrollaron el cultivo del cacao fueron Guayas y Los Ríos, dándose primeramente su cultivo en las riberas del río Guayas, pero explotándose después en localidades de Los Ríos (ANECACAO, 2013).

## Antiguos productores de cacao de la provincia de Los Ríos



Figura 1. Productores de cacao

Fuente: (ANECACAO, 2013, p. 31)

El cacao cuyo nombre científico es *theobroma cacao* (vocablo griego, su significado es: comida de los dioses), según investigaciones recientes se ha descubierto que tiene una edad de domesticación en el país de más de 5000 años atrás en las cuencas del alto Amazonas (ANECACAO, 2013).

Este escenario tuvo un cambio drástico cuando en 1920 se originó la propagación de enfermedades como la Monilla y la enfermedad Escoba de bruja, que causaron la pérdida del 30% de la producción de cacao provocando grandes prejuicios para productores y economías nacionales importantes.

Actualmente, el producto más reconocido procedente del Ecuador es la variedad conocida como *Nacional* o *arriba*, sin embargo esta no es la única que se produce, también están las variedades *trinitario*, *forastero* y *criollo* que gozan de

gran prestigio a nivel mundial y sobre todo para los más refinados productores de comida gourmet.

Entre las regiones de mayor producción tenemos a la costa con el 80% del total, cuyas provincias de mayor relevancia son: Manabí, Los Ríos y Guayas, ver figura 2.

### Zonas de producción continua de cacao a nivel nacional

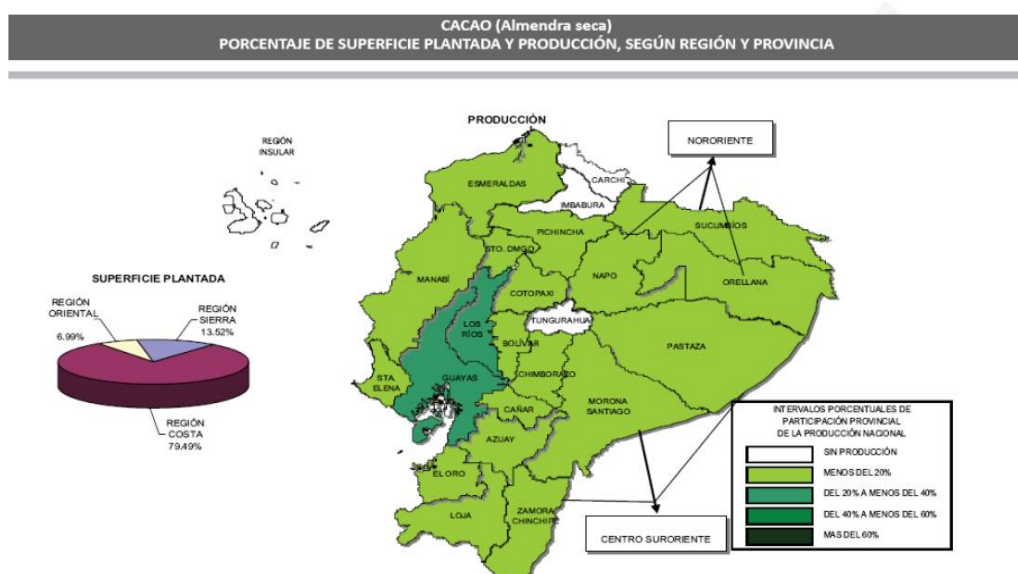


Figura 2. Zonas de producción continua de cacao, datos 2009

Fuente: (PROECUADOR, 2013, p. 45)

### Estadística de producción continua de cacao



Figura 3. Estadística de superficies de producción continua de cacao a nivel nacional

Fuente: (INEC)

Factores que influyen fuertemente en la calidad y aroma del cacao son el terreno, la temperatura promedio y la humedad del ambiente donde se origina la semilla. Dependiendo del tipo de fruto y condiciones de desarrollo vamos a tener marcadas diferencias en sus aromas y texturas.

Actualmente, a nivel nacional se puede notar que el ecuatoriano promedio no es muy propenso a consumir altas cantidades de derivados de cacao, tales como el chocolate proveniente del cacao fino de aroma. Más bien se limita a consumir productos importados fabricados a escalas industriales grandes, es por esto que el sector artesanal asociado a la producción de chocolate es poco desarrollada en el país.

Las estadísticas muestran que el 55% de la producción nacional de cacao se exporta, el porcentaje restante se divide entre consumo propio con el 2%, y el 43%

destinada al procesamiento nacional para productos terminados de consumo nacional (PROECUADOR, 2013).

Quizá el mercado nacional no prometa un buen escenario a corto plazo, pero el mercado internacional genera grandes expectativas a la hora de hablar de derivados de alta calidad. Cabe recalcar que el Ecuador figura como el primer exportador a nivel mundial de cacao fino de aroma con el 70%, seguido por Indonesia con el 10% de participación, mientras que en exportación de cacao regular figura como el séptimo exportador a nivel mundial (ANECACAO, 2013).

Los datos registrados hasta el año 2012 denotan que el cacao y derivados fueron el quinto producto de exportación no petrolera más importante dentro del total de productos exportados, con cifras de 49'663 millones de dólares y 182'794 toneladas.

## **1.2 Perspectivas a futuro del sector**

El sector del cacao y específicamente el sector del chocolate ha tenido un repunte en los últimos años que podemos considerar como excelente, pero este crecimiento ha venido disminuyendo en el último año, y muestra serios indicios de que no va a mejorar mucho para el presente año, basta con ver la figura 4 presentada a continuación, que muestra tal cambio en el crecimiento de demanda de los productos provenientes del chocolate.

## Estadísticas de exportación de cacao y elaborados

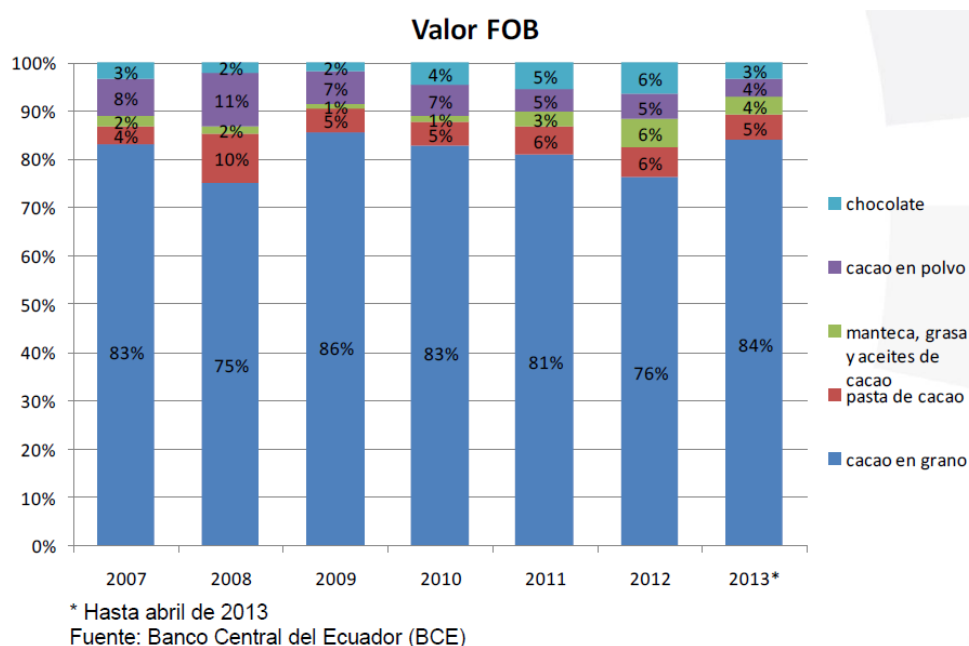


Figura 4. Estadísticas de exportación de cacao y elaborados en Ecuador, valores FOB: FOB acrónimo de “free on board”, el término se refiere a una cláusula de comercio internacional, donde el transporte se lo realiza por barco, y el vendedor traspassa la responsabilidad de la mercadería al comprador cuando están cargadas en el transporte. El término se usa para transporte marítimo o fluvial exclusivamente.

Fuente: (PROECUADOR, 2013, p. 65)

## Exportaciones ecuatorianas de cacao y elaborados

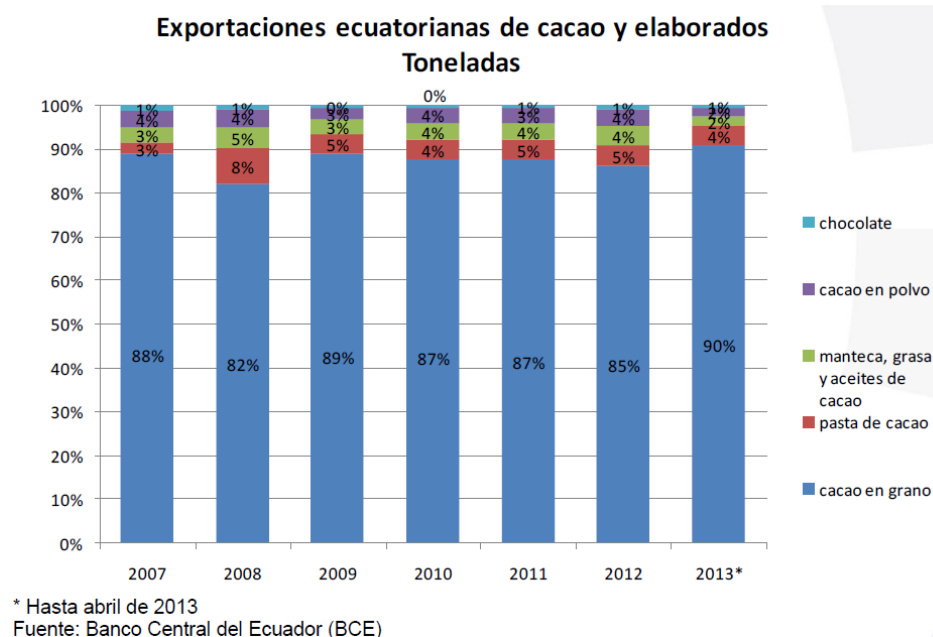


Figura 5. Exportaciones ecuatorianas de cacao y elaborados en toneladas

Fuente: (PROECUADOR, 2013, p. 67)

La exportación de chocolates y derivados del cacao, ha representado una tasa de crecimiento anual (TCPA) de 96.08% y una participación en las exportaciones de 5.32% (PROECUADOR, 2013)

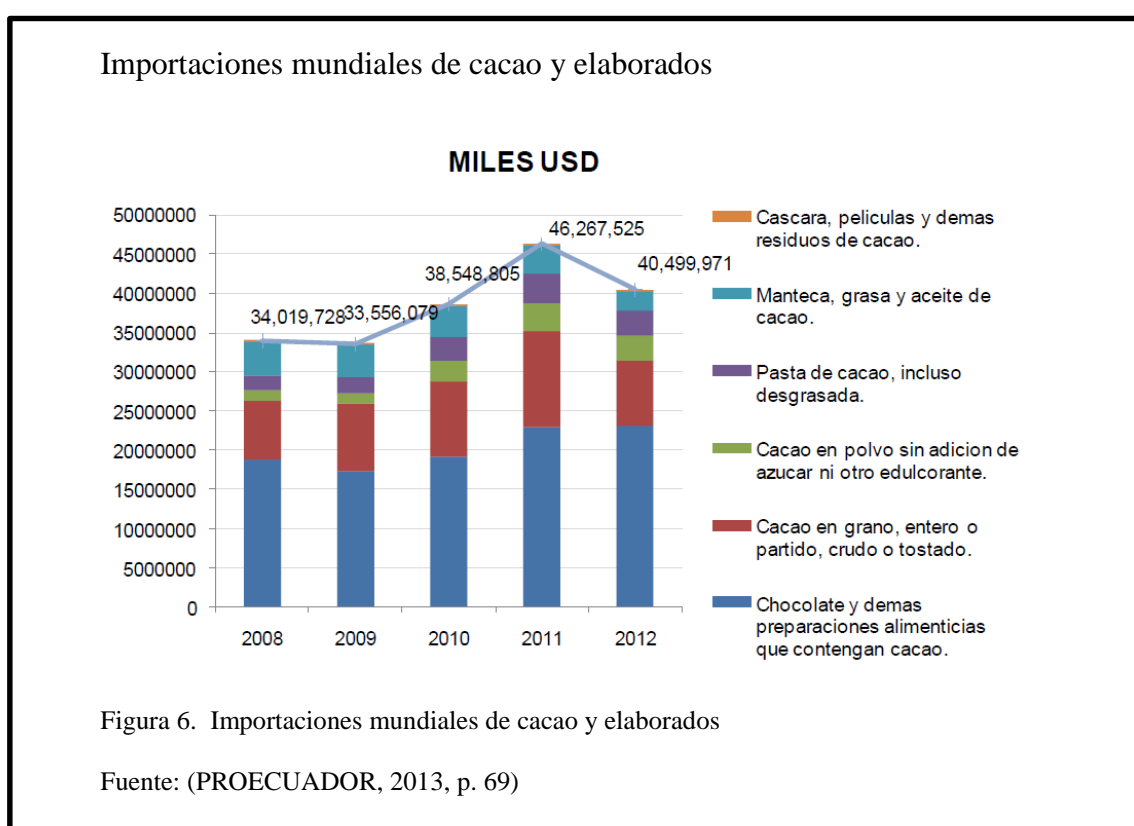
No se puede negar la realidad de que, la economía de Estados Unidos es un factor determinante en el resto de economías mundiales, tanto así que mientras dicho país sufrió una recesión por la crisis económica, el resto de economías mundiales también sufrieron los estragos procedentes de esto.

En materia de exportaciones, Ecuador es uno de los que mayor afectación tuvo y tiene todavía ya que el consumo de Estados Unidos representa para el país el 26% de exportaciones de chocolates y derivados de cacao, seguido por Holanda y los

Países Bajos con una participación del 10%, es por esto que un incentivo al consumo nacional supondría una mejora en el crecimiento del sector.

La curva trazada por la tendencia muestra claramente el decrecimiento después de haber tenido un pico alto de consumo en los años 2010 a 2011.

Según el boletín informativo de la web mexicana *El Financiero* (2015) el presente año tendrá el crecimiento más bajo de los últimos seis años con respecto a demanda de chocolates y productos procesados con cacao.





## **Capítulo 2**

### **Parámetros de diseño y modelación matemática**

#### **2.1 Características del chocolate en estado líquido**

El chocolate varía sus propiedades físicas en función de la temperatura a la que se encuentre sometido, propiedades tales como:

- Densidad (ver figura 7.)
- Viscosidad (ver figura 8.)
- Calor específico (ver figura 9.)

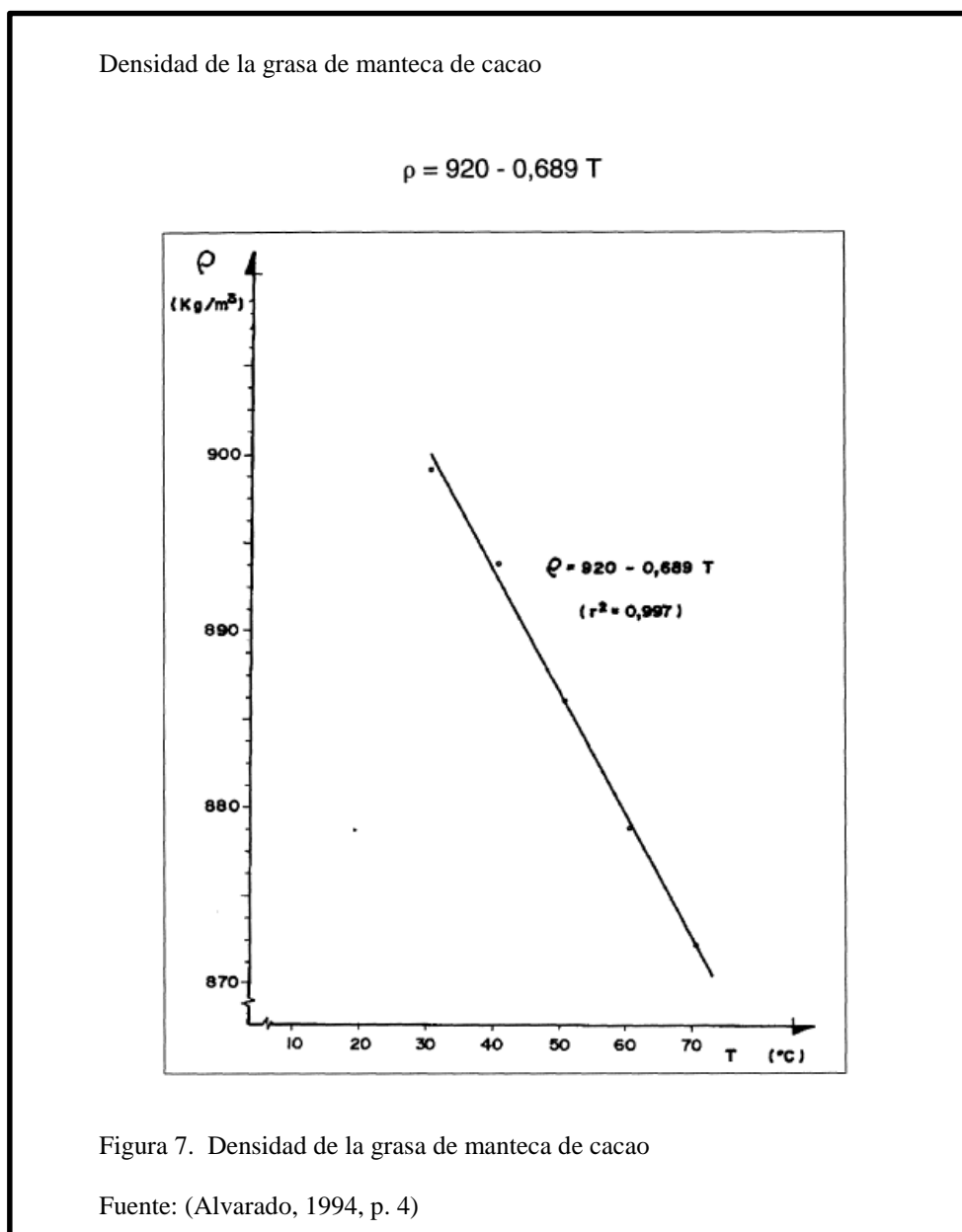
Además de la temperatura, estas propiedades físicas dependen de la composición porcentual de cada mezcla de ingredientes que compongan la masa del material (en promedio oscila entre el 35% de grasa de cacao, 15% de polvo de cacao, 45% de azúcar, el restante porcentaje se divide entre ingredientes como la lecitina, lactosa, leche, estearina de palma y la vainilla, dependiendo de la fórmula de cada productor, incluso puede contener frutos secos adicionados) (club del chocolate, 2012).

Los valores de las propiedades empleadas en este trabajo están basados en el trabajo de investigación sobre la manteca de cacao (ingrediente determinante dentro de la mezcla del chocolate) realizado por la Universidad Técnica de Ambato, por el hecho de otorgar datos que se sitúan en el marco de la realidad del país.

Los datos empleados procedentes de experimentos realizados con la manteca de cacao pero serían usados para aproximar el comportamiento del chocolate (el contenido de grasa de cacao puede llegar a ser hasta de 55% dependiendo del tipo de chocolate que se quiera conseguir) generarán una variación apreciable con respecto a otros valores (tales como las propiedades físicas del chocolate) medidos por trabajos de similar naturaleza.

Se presenta la gráfica concerniente al comportamiento de la densidad en función de la temperatura que se empleó en este trabajo.

Las propiedades físicas de la manteca y por ende del chocolate varían conforme varía la temperatura, la densidad (figura 7) tiene una variación prácticamente lineal a medida que la temperatura cambia. Al igual que la densidad, la viscosidad también tiene un comportamiento casi lineal, sin embargo esto es apreciable en una gráfica de es escalas logarítmicas (figura 8).



## Viscosidad dinámica de la manteca de cacao

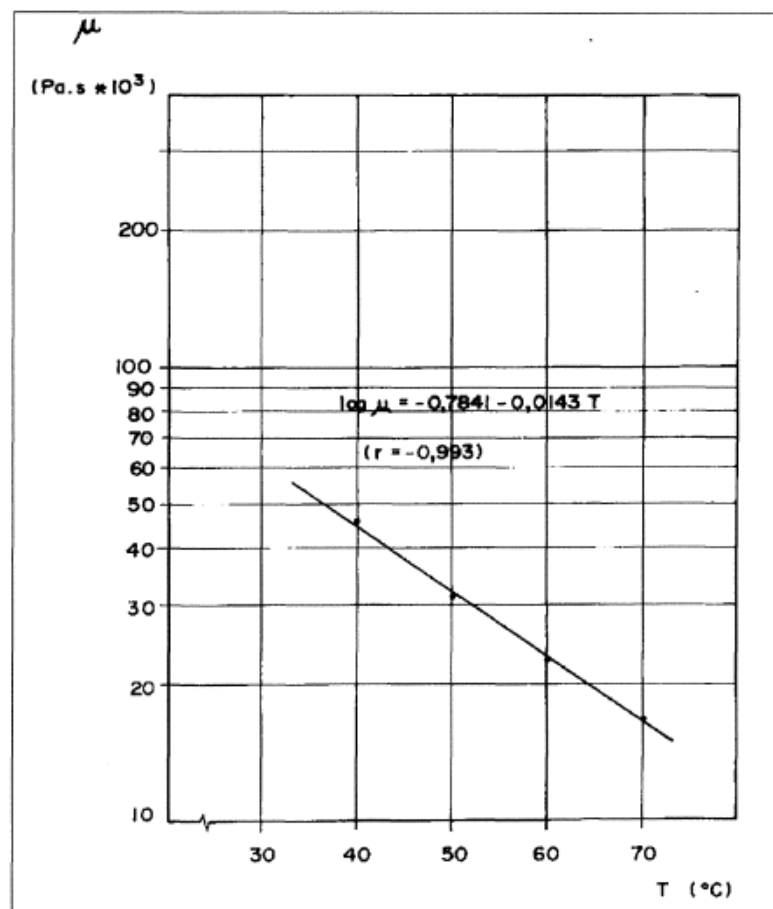


Figura 8. Viscosidad dinámica de la manteca de cacao

Fuente: (Alvarado, 1994, p. 4)

Curvas de comportamiento del calor específico en función de la temperatura para grasas de cacao; se aprecia que no se genera un cambio muy significativo en los valores de cada curva.

## Gráfica de variación de calor específico

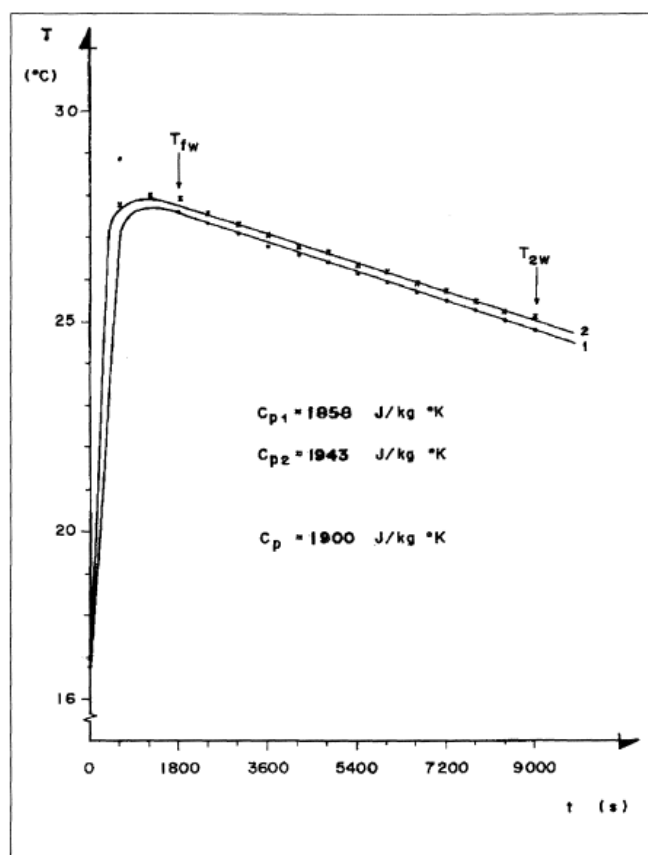


Figura 6  
Cambios de temperatura registrados con grasas (mantecas) de cacao para la determinación del calor específico.

Figura 9. Gráfica de variación de calor específico en las grasas de cacao

Fuente: (Alvarado, 1994, p. 5)

Tabla 1.

Conductividad y difusividad térmica de la grasa del cacao

Valores físico térmicos de la grasa de cacao	
<b>Conductividad térmica K</b> [W/m°C]	0.33
<b>Difusividad térmica <math>\alpha</math></b> [m²/s]	$1.95 \times 10^{-7}$

Nota: valores de referencia empleados para cálculos

Fuente: (Alvarado, 1994, p. 3)

## **2.2 Supuestos iniciales de diseño**

Como paso inicial debemos detallar lo máximo posible el desarrollo del fenómeno para su comprensión.

En la fase de fundido y mezcla de la materia prima de chocolate debemos diferenciar dos etapas fundamentales:

1. El cambio de estado sólido a estado líquido con adición de ingredientes para la mezcla requerida.
2. Homogenización de la mezcla líquida que se mezcla mediante el movimiento de un agitador de ancla modificado.

En el presente análisis se dará mayor importancia a la segunda etapa mencionada, donde el control de la temperatura y de otros parámetros es de suma importancia para una satisfactoria calidad del producto final para que llegue a ser competitivo.

El chocolate líquido debe tener la temperatura adecuada para fundir los cristales de la grasa del cacao (36 °C), pero no debe ser tan alta como para generar cambios químicos significativos en la mezcla de grasa de cacao (55 °C), polvo de cacao y demás ingredientes.

Las consideraciones en la etapa de homogenización son:

1. Se considerará como flujo transitorio.
2. Volumen total constante.
3. Propiedades térmicas constantes.
4. Las pérdidas de calor son insignificantes en el tanque.

5. Consideraremos como mezcla perfectamente homogénea al fluido de chocolate.
6. Las propiedades físicas de los materiales que se emplean son recopilados de catálogos de fabricantes o de bibliografía especializada que se asocian a los procesos contemplados durante el desarrollo.
7. El intervalo de temperaturas recomendado según la experiencia de los productores de chocolate que no se debe sobrepasar durante el proceso de fundido y mezcla es de 45 °C a 55 °C.

### **2.3 Restricciones de modelo matemático**

Para adecuar un modelo matemático razonablemente aproximado a la realidad del fenómeno que se desarrolla, las restricciones planteadas para el caso específico que compete son:

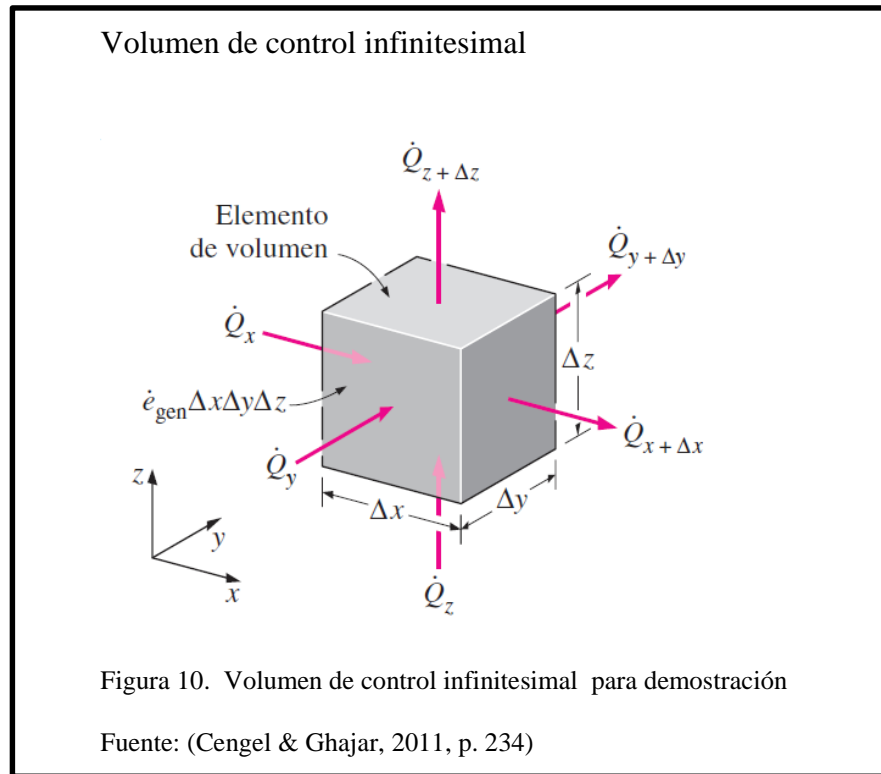
1. El modelo matemático planteado es para la predicción de temperaturas que se generan en el sistema.
2. Las ecuaciones empleadas son unidimensionales y en estado transitorio; es decir que también es considerada la variable tiempo como variable independiente en el proceso.
3. El modelo físico es de configuración radial, sin embargo al reducir el análisis del fenómeno a una dimensión en estado transitorio, basta con emplear ecuaciones diferenciales de conducción para paredes planas en el caso de las capas de acero y ecuaciones de convección difusión de una dimensión en estado transitorio para los volúmenes de agua y de chocolate considerados.

4. Las ecuaciones con las que se tratará son del tipo parabólico (su determinante es igual a cero, la explicación se amplía en el capítulo 4), lo cual conlleva un determinado modo de tratar sus posibles soluciones.

## 2.4 Presentación de ecuaciones diferenciales

Las ecuaciones diferenciales que relacionan las variables consideradas son proporcionadas por libros de transferencia de calor y de diferencias finitas aplicadas.

Ecuación general de conducción de calor (Cengel & Ghajar, 2011).



Ecuación de conducción de calor tridimensional en régimen transitorio con generación de calor

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{g}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Siendo:

$$T = u = \text{Temperatura } [^{\circ}\text{C}]$$

$$K = C = \text{Conductividad térmica } [W/m^{\circ}\text{C}]$$

$\alpha$  = Difusividad térmica [ $m^2/s$ ]

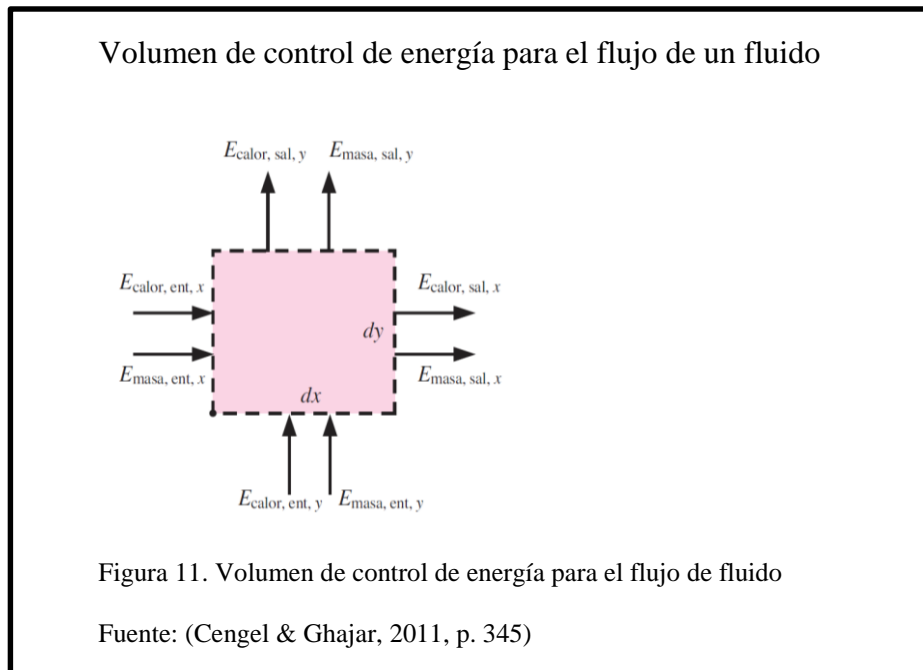
$\dot{g}$  = Generación de calor [ $W/s$ ]

Demostración de la deducción se muestra en el anexo 1.

Se adapta la ecuación anterior al caso particular, suprimiendo dos de las tres dimensiones consideradas originalmente porque los gradientes de temperatura más representativos tienen lugar el eje vertical del tanque, además se suprime también el símbolo que representa a la generación de calor ya que el material analizado (acero AISI 304) no genera de su propio calor. Con la notación empleada en este trabajo se obtiene la ecuación unidimensional de conducción en régimen transitorio:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

Ecuación de convección difusión unidimensional en estado transitorio para la predicción de la transferencia de calor en fluidos. La deducción de la ecuación se proporciona en el anexo 2.





La ecuación de convección difusión expresa que la energía neta transferida por conducción desde el volumen de control hacia afuera es igual a la energía neta transferida por convección hacia el fluido más la variación de la energía en el diferencial de tiempo en el que el fenómeno sucede.

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = v \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

Donde:

$$T = u = \text{Temperatura } [^{\circ}\text{C}]$$

$$\alpha = \text{Difusividad térmica } [m^2/s]$$

$$v = \text{Velocidad en eje Z } [m/s]$$

Se adapta la ecuación anterior al caso particular presentado y se modifica la nomenclatura, se obtiene (Ozisik, 2000):

$$\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = v \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

## 2.5 Modelamiento matemático del fenómeno

El desarrollo del modelo matemático se facilita mucho puesto que las ecuaciones que describen el perfil de temperaturas desarrollado en cada capa de material ya ha sido deducido en los textos citados anteriormente (sin embargo se proporciona una deducción de las mismas en los anexos 1 y 2). Por tanto, lo que resta es buscar una manera de que se relacionen entre sí para describir en conjunto la distribución de temperaturas de todas las sustancias involucradas. El principio que sirve de nexo entre cada material se explora en la sección 2.7.

Se presenta en la figura 12. el diagrama de configuración de las capas de material involucradas en el sistema.

### Diagrama de configuración del sistema

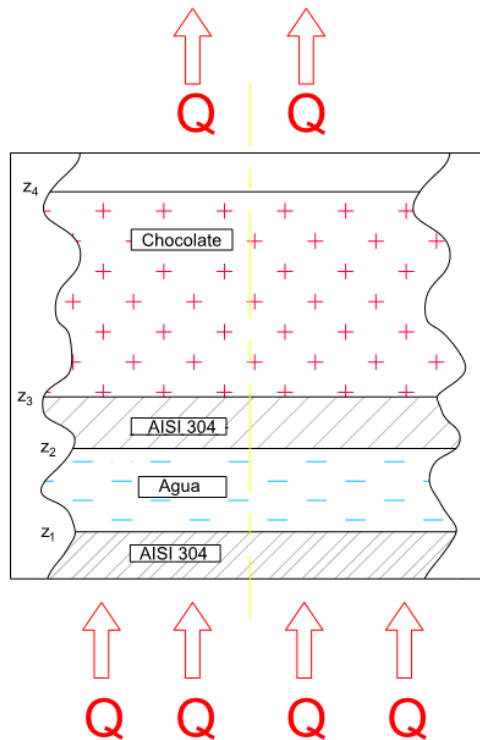


Figura 12. Diagrama de configuración del sistema (tanque de chocolate)

Elaborado por: Jorge Tatalchá

La simplificación que se realizó en las dimensiones de cada ecuación diferencial quizá parezca excesiva, sin embargo en el estudio que se desarrolla; un análisis que considere la variación en sentido radial, longitudinal y a través de tiempo del sistema resulta un poco excesiva para los fines de este documento, por tanto se limita el estudio a la variación de temperaturas a través del tiempo y en el sentido axial del sistema, teniendo como resultado ecuaciones diferenciales que describen de manera general la conducción y convección de calor en paredes planas.

Si se imagina una geometría circular; se puede notar una simetría radial en la distribución de temperaturas respecto al eje central de todo el sistema (eje Z), es así que la variación de mayor importancia se da a través de tiempo y con respecto al eje

Z, tal como muestra la figura 12., tanto en la conducción de calor como en la convección de calor.

Tomando todo esto en cuenta las ecuaciones con la nomenclatura correcta son:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial z_1^2} = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \quad (5)$$

$$\alpha_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z_2^2} = v_2 \frac{\partial u_2}{\partial z_2^2} + \frac{\partial u_2}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial z_3^2} = \frac{1}{\alpha_3} \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (7)$$

$$\alpha_4 \frac{\partial^2 u_4}{\partial z_4^2} = v_4 \frac{\partial u_4}{\partial z_4^2} + \frac{\partial u_4}{\partial t} \quad (8)$$

Donde se tiene:

- Ecuación de calor para conducción en chaqueta externa (ecu. 5).
- Ecuación de calor para convección en volumen de agua (ecu. 6).
- Ecuación de calor para conducción en chaqueta interna (ecu. 7).
- Ecuación de calor para convección en volumen de chocolate (ecu. 8).

## 2.6 Análisis de estrategias de resolución de ecuaciones

La resolución del conjunto de ecuaciones atrás citadas (ecuaciones 5, 6, 7 y 8) se debería hacer de manera analítica para obtener un análisis muy cercano al modelo físico; proceso que debería ser realizado con cada una de las ecuaciones para luego plantear un sistema de ecuaciones mediante matrices para obtener así la descripción del modelo conjunto y no solo de cada capa de material por separado, sin embargo no hay garantía de que se puedan resolver adecuadamente todas las ecuaciones que

intervienen ya que una solución analítica se torna compleja para realizarla manualmente. Por esto se opta por resolver el problema mediante aproximaciones numéricas; específicamente por el método Crack-Nicholson para resolución numérica de ecuaciones parabólicas tal como las ecuaciones de transferencia de calor.

Cabe destacar que el empleo de una matriz para cualquier caso de sistema de resolución de ecuaciones se debe a que en un arreglo matricial las relaciones están sometidas a una tendencia hacia la convergencia general de todas las ecuaciones, y tomando en cuenta que el sistema tratado en este trabajo es una composición de sistemas más simples que se conjugan hacia una convergencia general, resultaría operable mediante una matriz general adecuadamente organizada.

## 2.7 Resolución de ecuaciones

Para la resolución del modelo debemos plantear las transformadas aproximadas de cada término de cada ecuación diferencial (Ozisik, 2000):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \cong \frac{1}{2} \left[ \frac{u(z+h, t) - 2u(z, t) + u(z-h, t)}{h^2} + \frac{u(z+h, t+k) - 2u(z, t+k) + u(z-h, t+k)}{h^2} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \cong \frac{1}{2} \left[ \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} + \frac{u_{i+1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{h^2} \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \cong \frac{1}{4h} [u(z+h, t+k) - u(z-h, t+k) + u(z+h, t) - u(z-h, t)] \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \cong \frac{1}{4h} [u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j} - u_{i-1,j}] \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cong \frac{1}{h} [u(z, t + k) - u(z, t)] \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cong \frac{1}{k} [u_{i,j+1} - u_{i,j}] \quad (14)$$

Se reemplaza las ecuaciones 10,12 y 14 en las ecuaciones diferenciales 5, 6, 7, 8, se simplifica y ordenan los términos y se obtiene (ver demostración en los anexos 3. y 4.):

Camisa exterior:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{2} u'_{i-1,j+1} - (\lambda_1 + 1) u'_{i,j+1} + \frac{\lambda_1}{2} u'_{i+1,j+1} \\ = -\frac{\lambda_1}{2} u'_{i-1,j} + (\lambda_1 - 1) u'_{i,j} - \frac{\lambda_1}{2} u'_{i+1,j} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_1 k}{(h_1)^2} \quad (16)$$

Siendo:

$\alpha_1$  = Difusividad térmica del acero de la chaqueta que estará en contacto con la llama directamente.

$$k = \frac{t_{Total}}{n_j} \quad (17)$$

$t_{Total}$  =Tiempo total que dure el desarrollo del fenómeno.

$n_j$  = Número de intervalos en que se dividirá el tiempo de desarrollo del fenómeno.

$$h_1 = \frac{Z_1}{n_i} \quad (18)$$

$Z_1$  =Espesor de la chapa de acero en el sentido del eje Z.

$n_i$  = Número de intervalos en que se dividirá el espesor  $Z_1$  del material.

Volumen de agua:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i-1,j+1}^{II} - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right) u_{i,j+1}^{II} + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i+1,j+1}^{II} \\ & = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i-1,j}^{II} + (\lambda_2 - 1) u_{i,j}^{II} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right) u_{i+1,j}^{II} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha_2 k}{(h_2)^2} \quad (20)$$

$$\theta_2 = \frac{v_2 k}{h_2} \quad (21)$$

Donde:

$v_2$  = Velocidad del fluido en el sentido del eje Z.

$\alpha_2, k, h_2$ : Son análogos a los factores de la ecuación 15, tomando en cuenta las diferencias en los valores numéricos de cada tipo de sustancia, en este caso sería los valores debidos al agua.

Chaqueta interna:

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_3}{2} u_{i-1,j+1}^{III} - (\lambda_3 + 1) u_{i,j+1}^{III} + \frac{\lambda_3}{2} u_{i+1,j+1}^{III} \\ & = -\frac{\lambda_3}{2} u_{i-1,j}^{III} + (\lambda_3 - 1) u_{i,j}^{III} - \frac{\lambda_3}{2} u_{i+1,j}^{III} \end{aligned} \quad (22)$$

La constante  $\lambda_3$  se calcula de manera análoga a las anteriores constantes pero considerando los distintos valores del material de la chaqueta de acero interna.

Volumen de chocolate:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i-1,j+1}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} + 1\right) u_{i,j+1}^{IV} + \left(\frac{\lambda_4}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i+1,j+1}^{IV} \\ & = -\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right) u_{i-1,j}^{IV} + (\lambda_4 - 1) u_{i,j}^{IV} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_4}{2}\right) u_{i+1,j}^{IV} \end{aligned} \quad (23)$$

Las constantes  $\lambda_4$  y  $\theta_2$  se calcula de manera análoga a las anteriores constantes ya mostradas, se considera los datos experimentales que se muestra en los trabajos de grasa de cacao expuestos en el principio de este capítulo (Alvarado, 1994).

El problema planteado, dada su configuración física; nos referimos al hecho de que: está conformado por capas de material (ver figura 12.) a través de las cuales el calor debe ser conducido, además del hecho de que cada capa de material se debe tratar con una escala diferente de división porque cada capa de material tienen longitudes muy diferentes entre sí, esto imposibilita el que se pueda establecer un diferencial general en el mallado del cuerpo en calentamiento, por tanto se establece un número adecuado de particiones por cada espesor de cada capa de material en el sentido del eje coordenado que contenga el fenómeno para cada capa de material con valores de diferenciales distintos entre sí.

### Cuadrícula de discretización

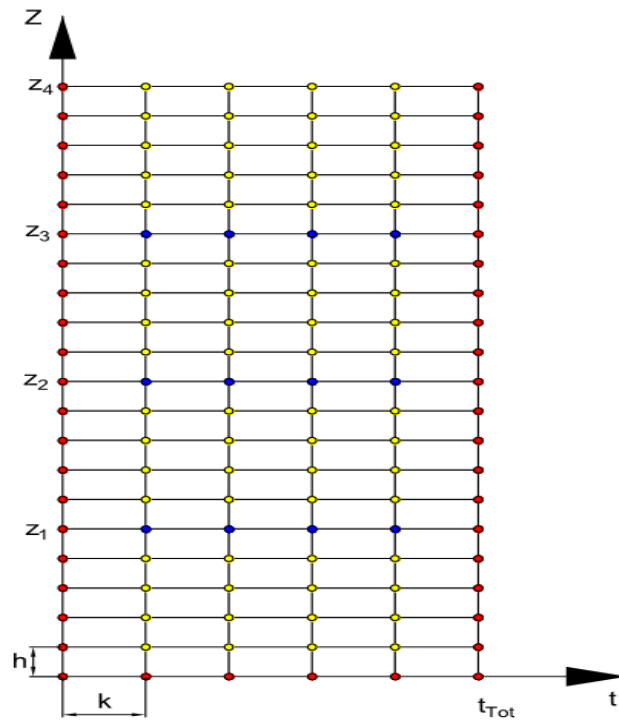


Figura 13. Cuadrícula de discretización para el sistema

Nota: puntos azules representan fin y comienzo entre capas de cada material  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Adicionalmente, la resolución del problema sufre una ligera variación del método original planteado por la literatura, ya que se debe ampliar el concepto para que puedan operar las cuatro ecuaciones principales a la vez, razón por la cual la numeración de los subíndices que marca la posición dentro del arreglo matricial se ven continuados de una ecuación a otra para no romper la secuencia, los puntos marcados en azul representan la temperatura en las interfaces de cada material, dichos puntos son desconocidos para el planteamiento inicial del problema, mientras que los puntos marcados en rojo son temperaturas conocidas y servirán como datos de partida para el cálculo de perfil térmico. Los puntos amarillos y los azules mencionados son las incógnitas que deben ser calculadas en cada línea de tiempo que se haya dividido el problema.



Las temperaturas calculadas en la línea final de cada material (que corresponden a la línea de puntos azules: figura 13.) serán las condiciones de borde del siguiente volumen de material, por esto se conjugan los términos de las ecuaciones que predicen las temperaturas en las líneas última y primera de los bloques de ecuaciones que representan a cada tipo de material.

El desarrollo de las ecuaciones para cada fila de nodos o puntos se revela a continuación, aunque cabe destacar que es a muy pequeña, puesto que las ecuaciones necesarias para cada tipo de material; dependiendo de la magnitud de distancia o de tiempo que se desee analizar puede llegar a ser del orden de miles de ecuaciones.

Para la camisa exterior, el desarrollo de la ecuación 16 es:

En camisa externa; para  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$-(\lambda_1 + 1)u'_{1,j+1} + \frac{\lambda_1}{2}u'_{2,j+1} = -\frac{\lambda_1}{2}u'_{0,j} + (\lambda_1 - 1)u'_{1,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{2,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{0,j+1} \quad (24)$$

$$\frac{\lambda_1}{2}u'_{1,j+1} - (\lambda_1 + 1)u'_{2,j+1} + \frac{\lambda_1}{2}u'_{3,j+1} = -\frac{\lambda_1}{2}u'_{1,j} + (\lambda_1 - 1)u'_{2,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{3,j} \quad (25)$$

$$\frac{\lambda_1}{2}u'_{2,j+1} - (\lambda_1 + 1)u'_{3,j+1} + \frac{\lambda_1}{2}u'_{4,j+1} = -\frac{\lambda_1}{2}u'_{2,j} + (\lambda_1 - 1)u'_{3,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{4,j} \quad (26)$$

$$\frac{\lambda_1}{2}u'_{3,j+1} - (\lambda_1 + 1)u'_{4,j+1} + \frac{\lambda_1}{2}u'_{5,j+1} = -\frac{\lambda_1}{2}u'_{3,j} + (\lambda_1 - 1)u'_{4,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{5,j} \quad (27)$$

$$\frac{\lambda_1}{2}u'_{4,j+1} - (\lambda_1 + 1)u'_{5,j+1} = -\frac{\lambda_1}{2}u'_{4,j} + (\lambda_1 - 1)u'_{5,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{6,j} - \frac{\lambda_1}{2}u'_{6,j+1} \quad (28)$$

En volumen de agua; el desarrollo de la ecuación 20, para  $i = 6, 7, 8, 9, 10$

$$\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{5,j+1} - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right)u''_{6,j+1} + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{7,j+1} = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{5,j} + (\lambda_2 - 1)u''_{6,j} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right)u''_{7,j} \quad (29)$$

$$\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{6,j+1} - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right)u''_{7,j+1} + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{8,j+1} = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{6,j} + (\lambda_2 - 1)u''_{7,j} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right)u''_{8,j} \quad (30)$$

$$\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{7,j+1} - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right)u''_{8,j+1} + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{9,j+1} = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u''_{7,j} + (\lambda_2 - 1)u''_{8,j} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right)u''_{9,j} \quad (31)$$

$$\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{8,j+1}'' - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right)u_{9,j+1}'' + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{10,j+1}'' = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{8,j}'' + (\lambda_2 - 1)u_{9,j}'' + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right)u_{10,j}'' \quad (32)$$

$$\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{9,j+1}'' - \left(\frac{\lambda_2}{2} + 1\right)u_{10,j+1}'' + \left(\frac{\lambda_2}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{11,j+1}'' = -\left(\frac{\lambda_2}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{9,j}'' + (\lambda_2 - 1)u_{10,j}'' + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_2}{2}\right)u_{11,j}'' \quad (33)$$

En chaqueta interna; el desarrollo de la ecuación 23, para  $i = 11, 12, 13, 14, 15$

$$\frac{\lambda_3}{2}u_{10,j+1}''' - (\lambda_3 + 1)u_{11,j+1}''' + \frac{\lambda_3}{2}u_{12,j+1}''' = -\frac{\lambda_3}{2}u_{10,j}''' + (\lambda_3 - 1)u_{11,j}''' - \frac{\lambda_3}{2}u_{12,j}''' \quad (34)$$

$$\frac{\lambda_3}{2}u_{11,j+1}''' - (\lambda_3 + 1)u_{12,j+1}''' + \frac{\lambda_3}{2}u_{13,j+1}''' = -\frac{\lambda_3}{2}u_{11,j}''' + (\lambda_3 - 1)u_{12,j}''' - \frac{\lambda_3}{2}u_{13,j}''' \quad (35)$$

$$\frac{\lambda_3}{2}u_{12,j+1}''' - (\lambda_3 + 1)u_{13,j+1}''' + \frac{\lambda_3}{2}u_{14,j+1}''' = -\frac{\lambda_3}{2}u_{12,j}''' + (\lambda_3 - 1)u_{13,j}''' - \frac{\lambda_3}{2}u_{14,j}''' \quad (36)$$

$$\frac{\lambda_3}{2}u_{13,j+1}''' - (\lambda_3 + 1)u_{14,j+1}''' + \frac{\lambda_3}{2}u_{15,j+1}''' = -\frac{\lambda_3}{2}u_{13,j}''' + (\lambda_3 - 1)u_{14,j}''' - \frac{\lambda_3}{2}u_{15,j}''' \quad (37)$$

$$\frac{\lambda_3}{2}u_{14,j+1}''' - (\lambda_3 + 1)u_{15,j+1}''' + \frac{\lambda_3}{2}u_{16,j+1}''' = -\frac{\lambda_3}{2}u_{14,j}''' + (\lambda_3 - 1)u_{15,j}''' - \frac{\lambda_3}{2}u_{16,j}''' \quad (38)$$

En el volumen de chocolate; el desarrollo de la ecuación 24, para  $i = 16, 17, 18, 19$

$$\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{15,j+1}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} + 1\right)u_{16,j+1}^{IV} + \left(\frac{\lambda_4}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{17,j+1}^{IV} = -\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{15,j}^{IV} + (\lambda_4 - 1)u_{16,j}^{IV} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_4}{2}\right)u_{17,j}^{IV} \quad (39)$$

$$\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{16,j+1}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} + 1\right)u_{17,j+1}^{IV} + \left(\frac{\lambda_4}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{18,j+1}^{IV} = -\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{16,j}^{IV} + (\lambda_4 - 1)u_{17,j}^{IV} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_4}{2}\right)u_{18,j}^{IV}$$

$$\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{17,j+1}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} + 1\right)u_{18,j+1}^{IV} + \left(\frac{\lambda_4}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{19,j+1}^{IV} = -\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{17,j}^{IV} + (\lambda_4 - 1)u_{18,j}^{IV} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_4}{2}\right)u_{19,j}^{IV} \quad (40)$$

$$\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{18,j+1}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} + 1\right)u_{19,j+1}^{IV} = -\left(\frac{\lambda_4}{2} + \frac{\theta_2}{4}\right)u_{18,j}^{IV} + (\lambda_4 - 1)u_{19,j}^{IV} + \left(\frac{\theta_2}{4} - \frac{\lambda_4}{2}\right)u_{20,j}^{IV} - \left(\frac{\lambda_4}{2} - \frac{\theta_2}{4}\right)u_{20,j+1}^{IV} \quad (41)$$

Estos bloques de ecuaciones deben ser operadas en forma conjunta, por tal motivo y como ya se mencionó, se debe hacer una matriz general y ordenar los términos adecuadamente a fin de que se obtenga una matriz tridiagonal denotada por  $[A]$ , donde los términos de la izquierda que contiene el subíndice  $j + 1$  son las incógnitas buscadas, mientras que los términos del lado derecho son los valores de

temperatura conocidos, los cuales son operados a fin de contar con un solo valor, resultado dentro del arreglo matricial una matriz tipo columna que se denota como matriz  $[b_n]$ .

La operación de las matrices se representa de manera general como:

$$[A][u_{i,j+1}^n] = [b_n] \quad (42)$$

Se despeja la matriz de incógnitas para obtener los resultados.

$$[u_{i,j+1}^n] = [A]^{-1} \cdot [b_n] \quad (43)$$

Una característica remarcable de este arreglo matricial es que si se sitúa los nodos justamente en las superficies que figuran como interfaces entre cada material; los valores que deberían ser condiciones de frontera conocidas previamente se transforman en incógnitas que son resueltas mediante el sistema de ecuaciones planteado.

El principio básico tras el método de diferencias finitas (el de calcular las temperaturas promedio sirviéndose de los puntos que rodean al nodo de interés) sugiere que se pueda adoptar el enfoque explicado en el párrafo anterior como posible solución frente al problema que supone el tratar con niveles de diferentes propiedades físicas y de diferentes procesos de transferencia de calor a la misma vez.

(44)

$$[\mathbf{b}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{19} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$[u_{i,j+1}^n] = \begin{bmatrix} u_{1,j+1}^I \\ \vdots \\ u_{6,j+1}^{II} \\ \vdots \\ u_{11,j+1}^{III} \\ \vdots \\ u_{16,j+1}^{VI} \\ \vdots \\ u_{i,j+1}^{VI} \end{bmatrix} \quad (46)$$

Cabe mencionar que para cada paso de tiempo o división de tiempo que se haya efectuado se deben calcular los valores de la matriz  $[u_{i,j+1}^n]$ , dando como resultado los valores de temperatura en los puntos seleccionados y en el tiempo seleccionado que se representan en la figura 13. y se resumen en el capítulo cuatro.

## **Capítulo 3**

### **Diseño de elementos**

#### **3.1 Diseño de tanque.**

El tanque debe ser diseñado según las necesidades del principal interesado y según normas nacionales e internacionales reconocidas. Si convertimos las necesidades del interesado en los requerimientos de diseño inicial se tiene:

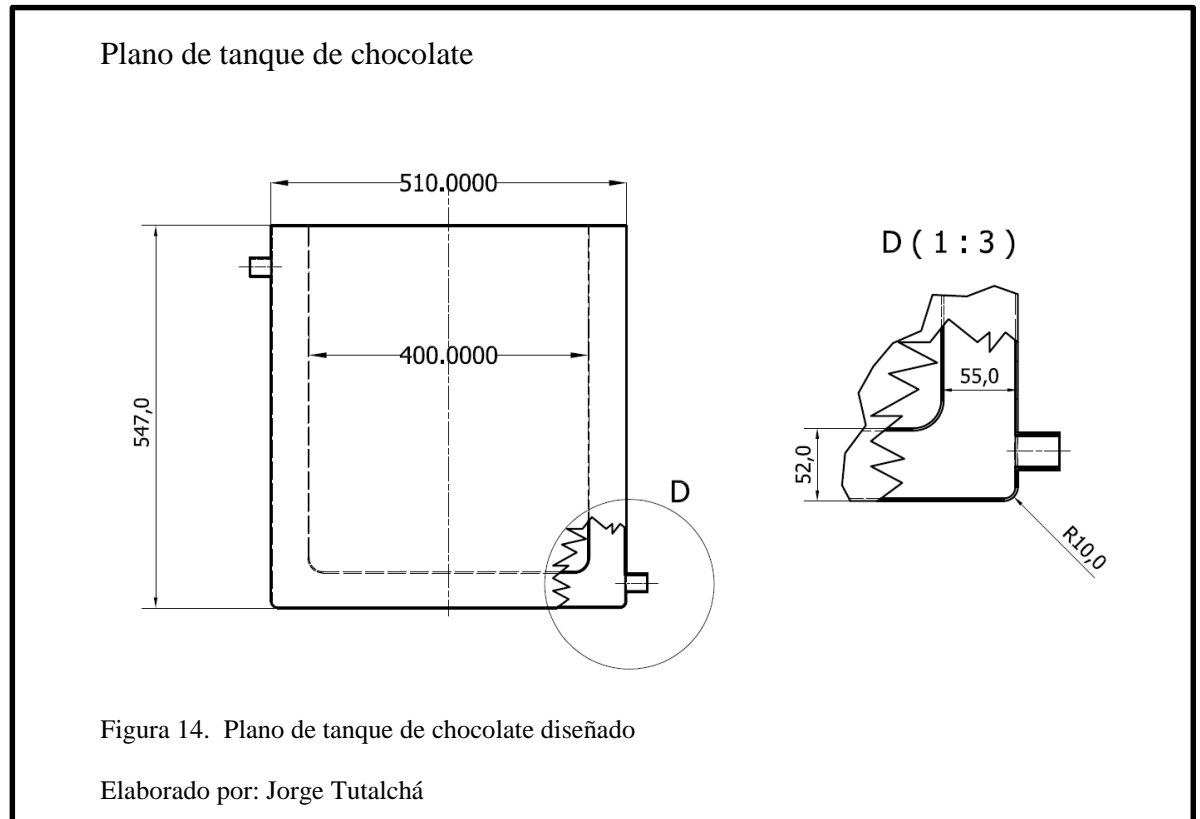
- Calentamiento mediante quemador, con la posibilidad de migrar a calentamiento por caudal de vapor.
- El tanque debe contar con agitación para posibilitar la mezcla de materias primas adicionales a la base de chocolate para conseguir variedad de sabores en el producto final.

El tanque está siendo diseñado para ser usado con calentamiento por vapor, sin embargo, como fuente primaria de calor se proyecta el uso de un quemador industrial, lo que define la constitución del tanque como un contenedor vacío por dentro, en función de que almacene el agua o el vapor para que se entregue el calor a la masa de chocolate.

Las cargas que debe soportar el tanque son:

- La presión interna procedente de la ebullición del agua o de la presión generada por el vapor que transite por dentro del tanque (volumen constante).
- El peso de la masa de chocolate contenida dentro del mismo.
- El peso por el volumen de agua que puede contener.
- Una posible fatiga por cambios de temperatura, aunque esto en contraste con las otras cargas podría llegar a ser insignificante.
- La vibración generada por la agitación del chocolate.

Se presenta el diseño de la camisa de vapor que es la encargada de fundir el chocolate. El espesor de la lámina es 2 milímetros en acero inoxidable AISI 304.



Las cargas críticas que se puede señalar son la presión de vapor y el peso del chocolate.

Calculamos el peso del chocolate (a la temperatura promedio de fusión que es 40 °C) con ayuda de la figura 7.

$$\rho_{cho} = (920 - 0.689T) \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$\rho_{cho} = (920 - 0.689(40^\circ C)) = 892 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$V_{cho} = 50 \text{ lt} = 0.05 m^3$$

$$W_{cho} = \rho_{cho} V_{cho} g = 892 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \cdot 0.05 [m^3] \cdot 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right] = 437.5 [N]$$

Peso del volumen de agua contenido; valor obtenido del diseño CAD:

$$V_{h20} = 49.6 \text{ lt}$$

$$W_{h20} = 49.6[\text{lt}] \cdot \frac{0.001[\text{m}^3]}{1[\text{lt}]} \cdot \frac{1000[\text{kg}]}{1[\text{m}^3]} \cdot 9.81 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 486.67[\text{N}]$$

Para poder estimar la presión del vapor se considera la transición del empleo de un quemador hacia el uso del vapor para entregar calor, tomamos los datos la temperatura que se correlacionan con la presión que se genera, y que es capaz de soportar una válvula de bola (INOPRES, 2012).

Gráfica de temperatura vs. presión

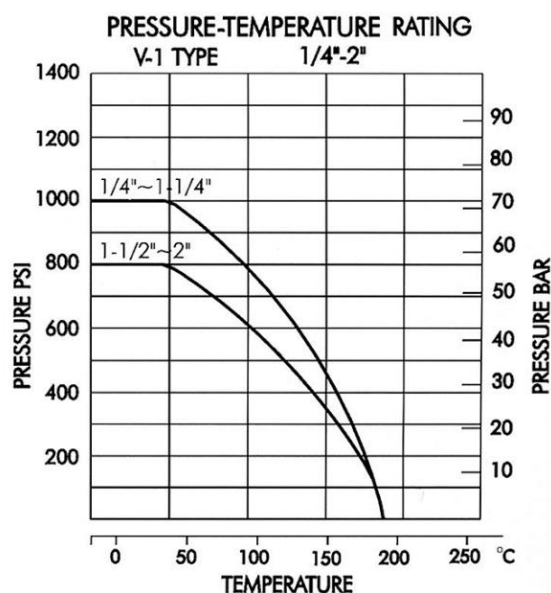


Figura 15. Gráfica de temperatura vs. presión, grafico según catalogo

Fuente: (INOPRES, 2012, p. 123)

Establecemos el límite de temperatura del volumen de agua en 150 °C como máximo, lo cual según tablas termodinámicas de agua en saturación le corresponda una presión de 4.758 bares.

Con estos datos se comprueba su comportamiento:



Cargas para simulación:

- Material acero inoxidable AISI 304, espesor de chapa 2 mm
- Presión interna 4.758 bares (0.457 MPa)
- Peso chocolate 500 [N]
- Peso agua 500 [N]

Gráfica de desplazamiento máximo simulado

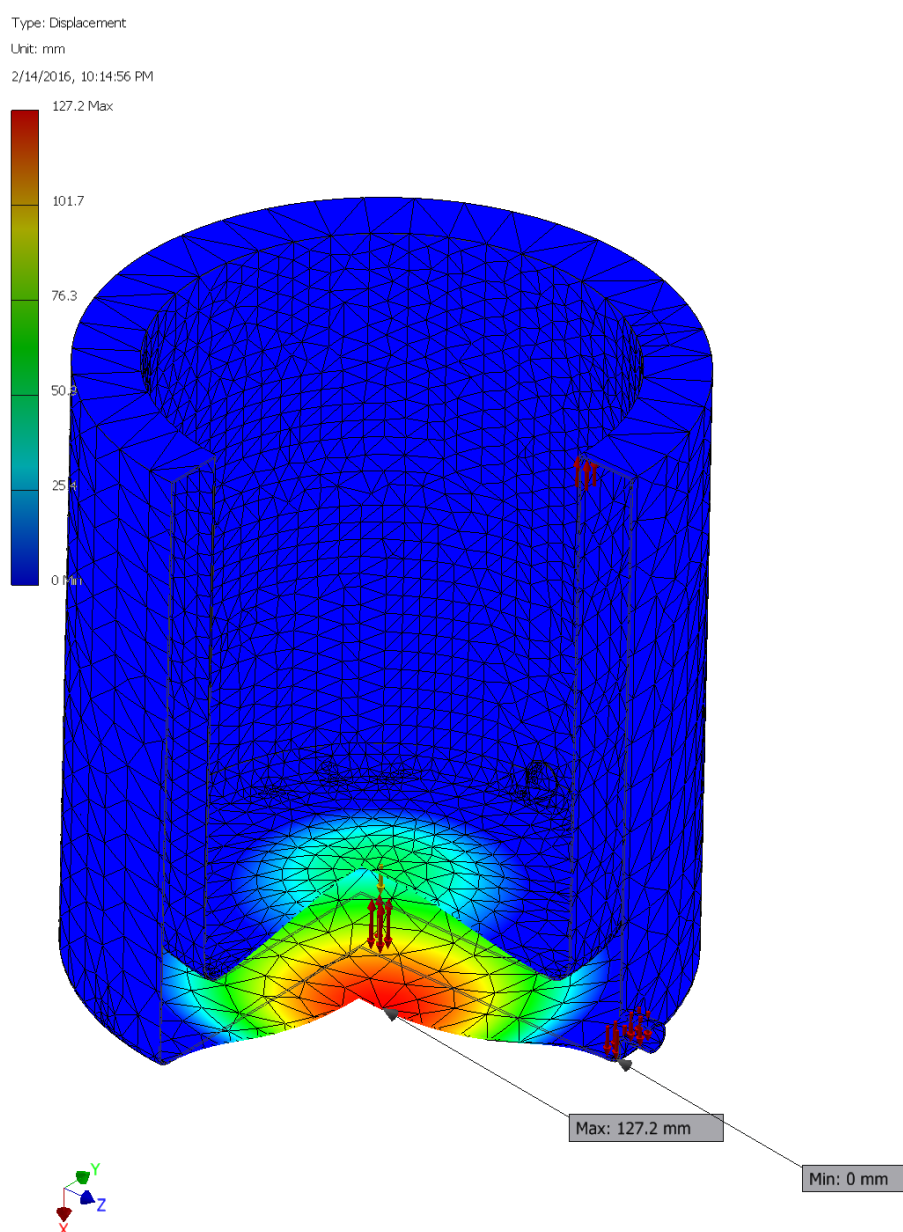
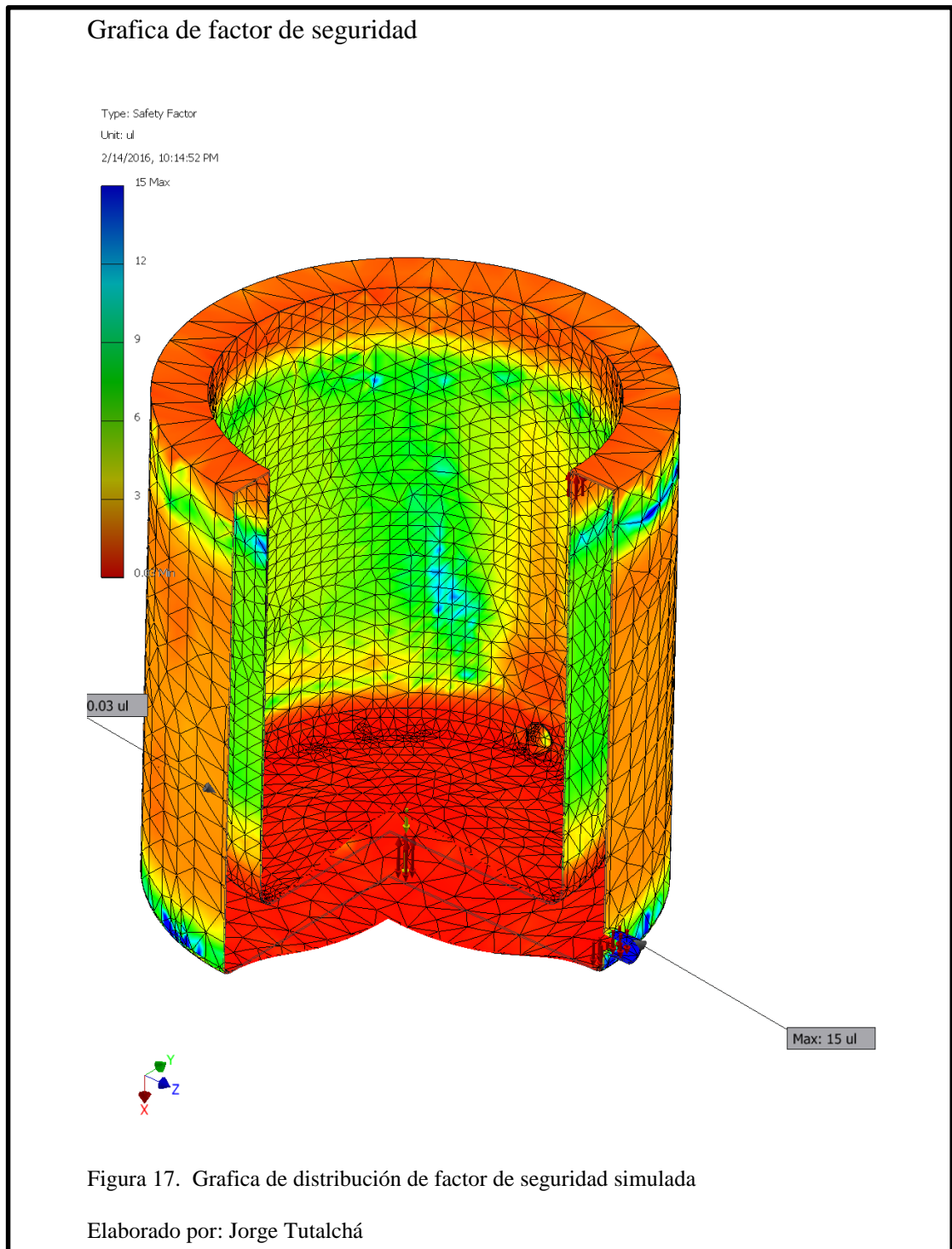


Figura 16. Gráfica de desplazamiento máximo simulado

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Se muestra la gráfica 17. correspondiente al factor de seguridad producido por la simulación de las cargas antes enlistadas:



Cargas para nueva simulación:

- Material acero inoxidable AISI 304, espesor de chapa 2 mm

- Presión interna 0.6 bares (0.068 MPa)
- Peso chocolate 500 [N]
- Peso agua 500 [N]

Gráfica de desplazamientos

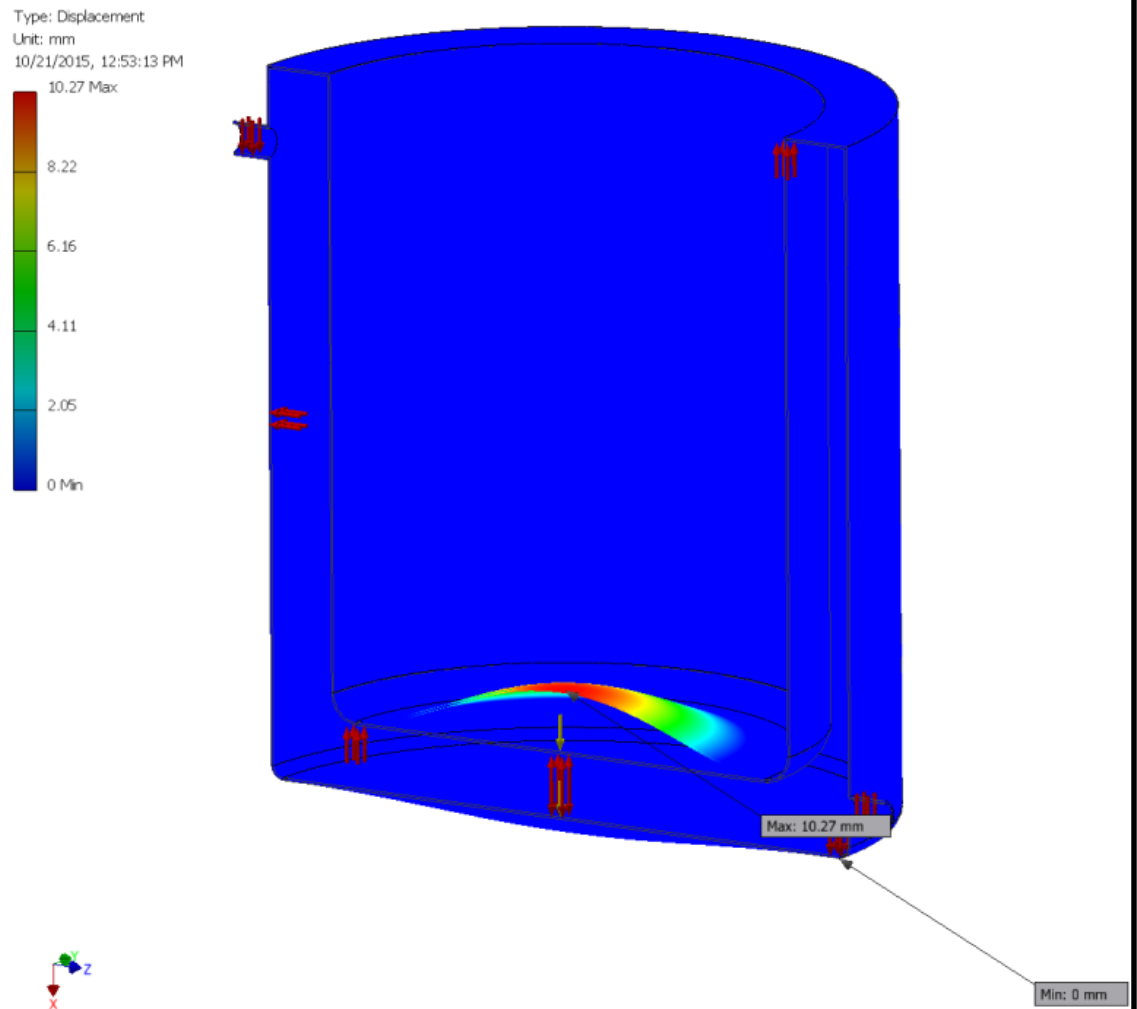


Figura 18. Gráfica de desplazamientos simulados

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Se muestra la gráfica 19. correspondiente al factor de seguridad producido por las nuevas cargas enlistadas en el párrafo anterior:

### Gráfica del factor de seguridad

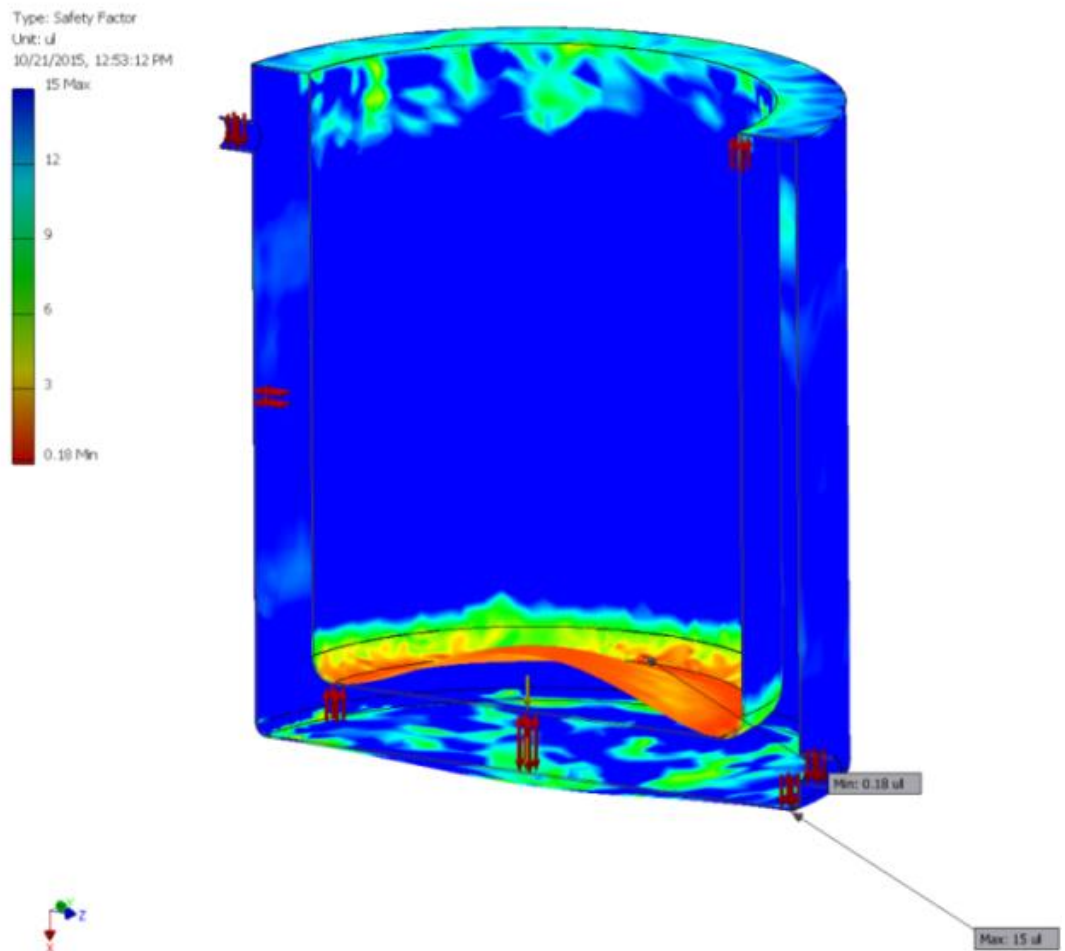


Figura 19. Gráfica de distribución del factor de seguridad simulado

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Las cargas debidas a los pesos de los volúmenes de agua y de chocolate fueron elevadas a un valor entero más grande en función de obtener un rango seguro de cálculo, sin embargo se puede ver que dichas cargas tienen muy limitada influencia en los esfuerzos que podrían generarse, que en verdad resulten perjudiciales para el cuerpo de la camisa cerrada de vapor.

Lo siguiente que se pone en evidencia es que la presión interna que se estima al inicio (4.758 bares o 0.4578 MPa) es demasiado alta para la resistencia que se

puede obtener del cuerpo, cayendo el valor (0.68 bares o 0.068 MPa) que puede resistir de manera aceptable.

Tras lo cual deja como conclusión que la carga de presión interna máxima que se establece como límite es de 0.68 bares, y además consideramos la instalación de una válvula de alivio regulable a 10 psi.

### 3.2 Diseño de soporte

Los soportes son diseñados con el mínimo material invertido, para abaratar costos, y para hacer el diseño lo más ligero posible.

Las cargas que deberán sostener los soportes del tanque son:

- El peso generado por el volumen de chocolate (figura 20, 21, 22, incluido en la carga de color amarillo).

$$W_{choc} = 500[N]$$

- El peso generado por el volumen de agua (figura 20, 21, 22, incluido en la carga de color amarillo).

$$W_{h2o} = 500[N]$$

- El peso del tanque y de todas piezas que componen el equipo (figura 20, 21, 22, incluido en la carga de color amarillo).

$$W_{piezas} = 735[N]$$

- El peso del moto reductor entero planificado; incluido motor (figura 20, 21, 22, cargas de color verde).

$$W_{moto} = 588[N]$$

- El peso del quemador industrial (figura 20, 21, 22, carga de color purpura).

$$W_{quemador} = 98[N]$$

Las cargas son aplicadas sobre diferentes sitios de la estructura que crearán un perfil de esfuerzos relativamente complejo.

Distribución de fuerzas sobre estructura

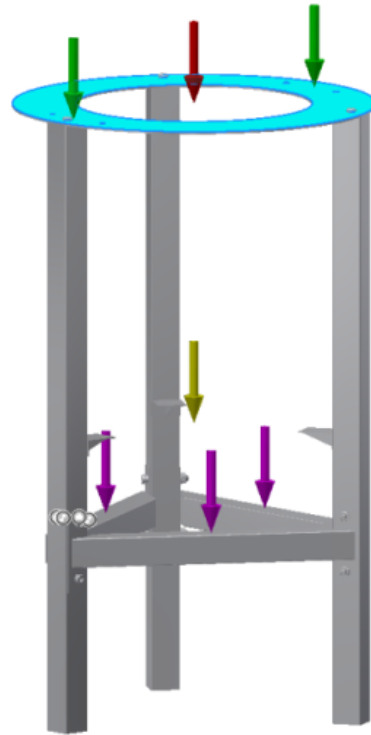


Figura 20. Distribución de fuerzas sobre estructura

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Simulamos los esfuerzos producidos y verificamos los desplazamientos y el factor de seguridad que producen, denotados por la gráfica 21 para desplazamientos generados y gráfica 22 para el factor de seguridad producido con las cargas calculadas:

## Gráfica de desplazamientos producidos

Nodes: 37 / 203  
Elements: 50473  
Type: Displacement  
Unit: mm  
10/2/2015, 6:58:46 PM

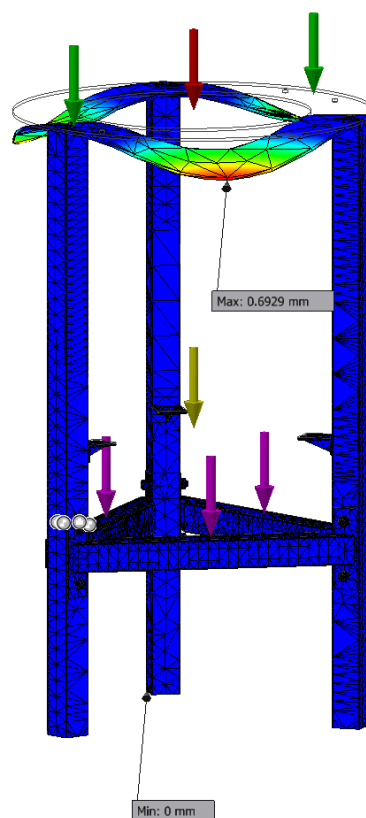
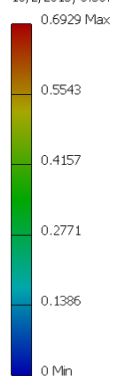


Figura 21. Gráfica de desplazamientos producidos

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Se puede notar que el factor de seguridad generado en los soportes no corre ningún riesgo de sobre carga con las cargas calculadas.

## Gráfica del factor de seguridad

Nodes: 37203  
Elements: 50473  
Type: Safety Factor  
Unit: ul  
10/2/2015, 6:58:40 PM

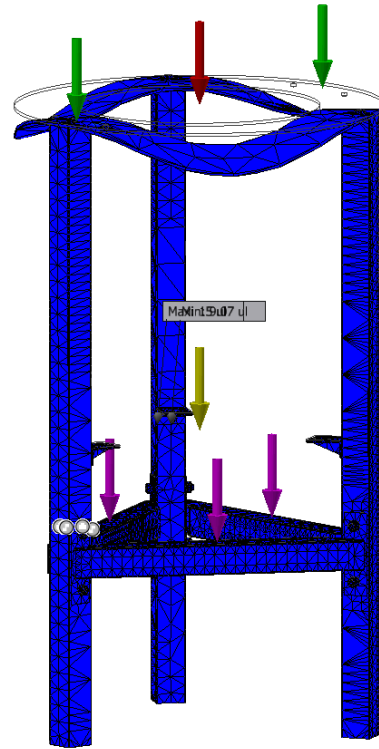
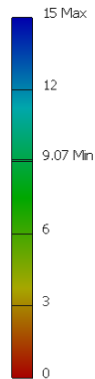


Figura 22. Gráfica del factor de seguridad generado

Elaborado por: Jorge Tatalchá

De la información de las gráficas se puede resumir que los desplazamientos que producen las cargas aplicadas tienen un rango razonable de variación que es perfectamente aceptable para el trabajo al cual se destina el equipo.

Además, se puede observar la figura 22; que el factor de seguridad se sitúa sobre un valor de nueve, lo cual demuestra que la estructura no sufrirá un esfuerzo que ponga en riesgo la integridad de la misma, puesto que el valor mínimo que se puede tomar como referencia del factor de seguridad es de uno punto cuatro ( $f_s = 1.4$ ).



### **3.3 Diseño de aspas**

El agitador al igual que los otros elementos es diseñado en función de las necesidades del interesado.

- Las aspas deben recoger todo el material derretido en las paredes y el fondo del tanque, pero no debe dañar las superficies del tanque.
- El diseño del agitador debe asegurar una mezcla homogénea de los productos.
- El agitador no estará diseñado para un régimen de trabajo de altas revoluciones, sino de bajas revoluciones.
- El agitador debe estar en absoluto contacto con las superficies del tanque para remover los remanentes de chocolate que se quedan adheridos a estas superficies.

El modelo de agitador va en función del tipo de mezcla y de agitación que se requiera obtener, sin embargo la geometría del fluido y su dinámica en tales procesos es de naturaleza muy compleja, la cual se ve incrementada si se toma en cuenta la propiedades del propio fluido, como en este caso; que al chocolate fundido se lo considera como un fluido no newtoniano.

La clasificación donde se enmarca al chocolate en estado fluido es la de fluidos tipo Bingham dilatante (Mott, 2006).

El comportamiento de los fluidos del tipo Bingham se aproximan bastante al de los fluidos newtonianos con la excepción de que requieren un esfuerzo inicial adicional (esfuerzo inicial para la activación de la fluencia en la sustancia, el cual es propio de cada fluido) para cambiarlo del estado de reposo a el estado de fluencia,

pese a esto el comportamiento casi newtoniano da una brecha para aproximar el cálculo como si fuera un fluido newtoniano cualquiera.

Según las necesidades, el mejor tipo de agitador para el tanque es el tipo ancla:

Agitador tipo ancla

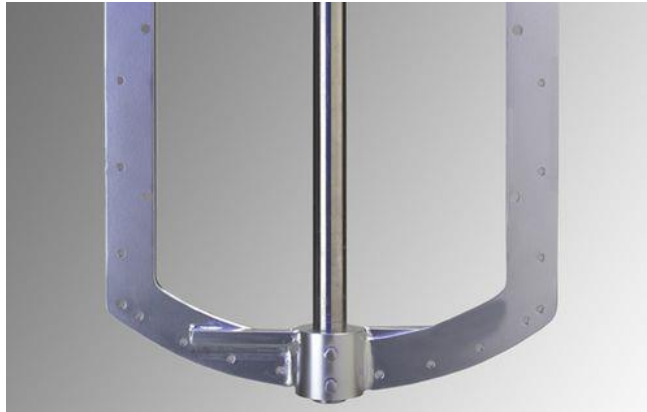


Figura 23. Agitador tipo ancla comercial

Fuente: (Thiercelin, 2015)

La cual asegura la remoción de material de las superficies del tanque, pero tiene la desventaja de que es deficiente para mezclar fluidos, por lo tanto tendremos que modificar el modelo a fin de que sea un mezclador aceptable; esto se logra combinando con el mezclador tipo paletas:

Agitador tipo paleta

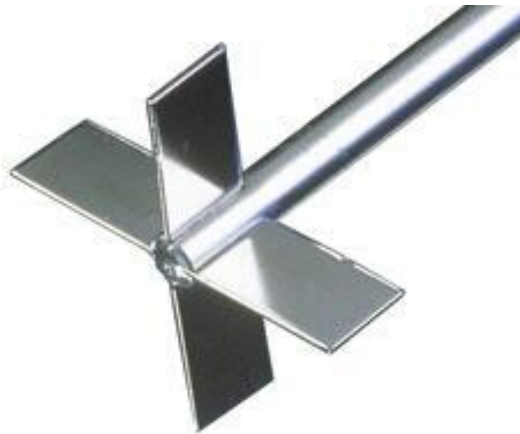


Figura 24. Agitador tipo paleta comercial

Fuente: (T.I.C.T, S.L. , 2015)

Obteniendo un agitador como el mostrado en la figura 24, que asegura un adecuado flujo de mezcla con una excelente recolección de material adherido sobre las superficies interiores de tanque.

### Agitador tipo ancla combinado con paletas de teflón

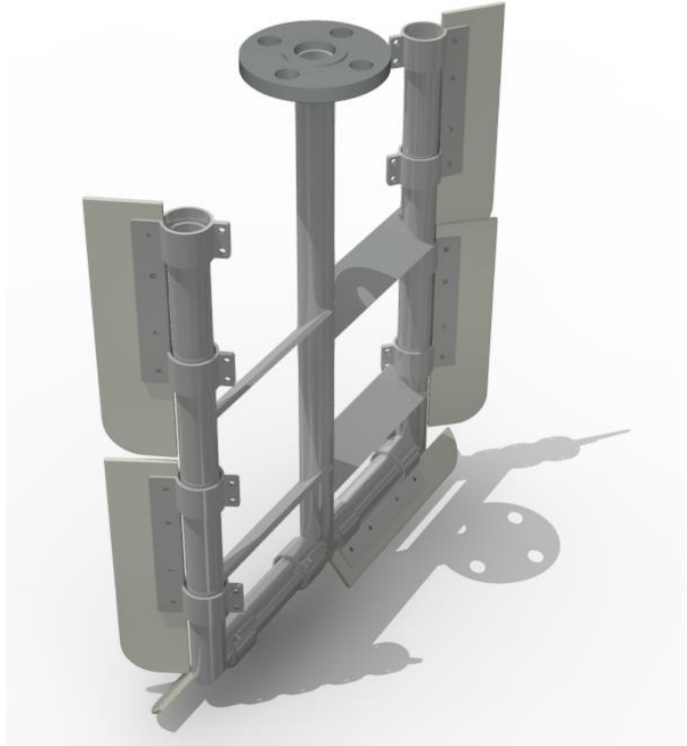


Figura 25. Agitador tipo ancla combinado con paletas de teflón para recolección

Nota: modelo en proceso de diseño  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Así que el diseño definitivo del agitador será un tipo ancla con paletas que deba soportar como mínimo las cargas debidas a:

1. El momento generado por el esfuerzo cortante que se debe ejercer sobre el chocolate para provocar un flujo.
2. El momento que genera la fuerza de fricción que se opone al movimiento por el contacto de las paletas de teflón con las superficies interiores de tanque.

De estas fuerzas podemos intuir que la carga crítica es asociada al momento de activación de flujo.

Calculamos el momento que genera el esfuerzo de corte del chocolate:

Ecuación para la viscosidad de Newton, donde el esfuerzo de corte producido es proporcional a la velocidad de deformación del fluido (Mott, 2006).

$$\tau_{cho} = \mu \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (47)$$

Reorganizando y adaptando al cálculo se obtiene:

$$F_t = \frac{A\mu\omega}{\vartheta} \quad (48)$$

$A$  = Área de la superficie interior del tanque.

$\mu$  = Viscosidad dinámica de la manteca de cacao a 40 °C.

$\omega$  = Velocidad angular del agitador.

$\vartheta$  = Desplazamiento angular del agitador.

$$F_\tau = \frac{(0,737m^2)(4,503 \frac{rad}{s})(44,04 Pa \cdot s)}{2\pi rad} = 23,26 [N]$$

$$M_\tau = F_\tau r_{agitador} \quad (49)$$

$$M_\tau = 2(23,26 N)(0,2 m) = 9,3 [Nm]$$

Cálculo del momento generado por la fuerza de fricción actuante:

### Diagrama de fuerzas actuantes sobre paletas

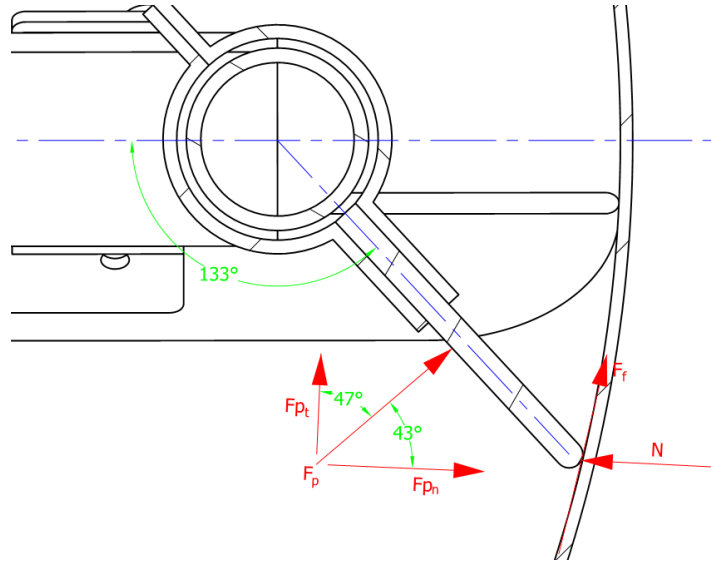


Figura 26. Diagrama de fuerzas actuantes sobre paletas de teflón en superficies internas de tanque

Nota: modelo en proceso de diseño  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Las paletas de teflón que están en contacto con el tanque tiene dimensiones de  $50\text{mm} \times 4\text{mm}$  de espesor, y su longitud más grande varía desde 130mm en adelante. Además se sabe que el coeficiente de fricción del teflón contra el acero es  $\mu_{teflon} = 0.04$  (Serway & Jewett, 2010), y que el radio del diámetro interno del tanque de chocolate es 0.2 metros.

$$\gamma_{40^{\circ}\text{C}} = \left(892 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 4769 \text{ [N/m}^3\text{]}$$

$$A_p = (0.05 \text{ m})(0.545 \text{ m}) = 0.0272 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$P = \left(4769 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right) (0.545 \text{ m}) = 2599 \text{ [Pa]}$$

$$F_p = (2599 \text{ Pa})(0.0272 \text{ m}^2) = 70.7 \text{ [N]}$$

$$N = (70.7 \text{ N}) \cos(43^{\circ}) = 51.71 \text{ [N]}$$

$$F_f = 0.04(51.71 \text{ N}) = 2.068 \text{ [N]}$$

$$M_f = 2(2.068 \text{ N})(0.2\text{m}) = 0.83 \text{ [Nm]}$$

Cálculo del momento generado para proveer la energía de activación de flujo del chocolate:

Energía de activación de flujo por moles  $E_{ac.mol} = 29.5[\frac{kJ}{mol}]$  (Alvarado, 1994).

Masa molar del chocolate  $m_{mol} = 354.4567[\frac{gr}{mol}]$  (WebQC.org, 2011).

Masa de chocolate  $m_{chocolate} = 44.6 \text{ [kg]}$ , obtenida del modelo CAD.

$$\frac{20^\circ\text{C}}{40^\circ\text{C}} = \frac{354,4567 \frac{gr}{mol}}{x}$$

$$x = \frac{(354.4567 \frac{gr}{mol})(40^\circ\text{C})}{20^\circ\text{C}} = 708.9 \text{ gr/mol}$$

Energía de activación  $E_{ac}$ :

$$E_{ac} = \frac{29.5 \text{ kJ/mol}}{708.9 \text{ gr/mol}} = 0.042 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}}$$

Energía de activación por kilogramo  $E_{ac_{kg}}$ :

$$E_{ac_{kg}} = (44.6 \text{ kg}) \left(0.042 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}}\right) \left(1000 \frac{\text{gr}}{1\text{kg}}\right) = 1873.2 \text{ kJ}$$

Energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m V_{tac}^2$$

Velocidad lineal de inicio en régimen transitorio de movimiento circular:

$$V_{tac} = \sqrt{\frac{(2)(1873.3 \times 10^3 \text{ J})}{44.6 \text{ kg}}} = 289.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega = 43 \text{ rpm} = 4.503 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

Velocidad lineal en régimen constante:

$$V_t = \left(4.503 \frac{rad}{seg}\right) (0.2 \text{ m}) = 0.9006 \frac{m}{s}$$

Aceleración tangencial de activación:

$$a_{t_{ac}} = \frac{\Delta V_{t_{ac}}}{\Delta t} = \frac{289.8 \frac{m}{s} - 0.9006 \frac{m}{s}}{1.5 \text{ seg}} = 192.6 \frac{m}{s^2}$$

Momento de activación:

$$M_{ac} = (44.6 \text{ kg} + 4 \text{ kg}) \left(192.6 \frac{m}{s^2}\right) (0.2 \text{ m}) = 1872.1 \text{ [Nm]}$$

El momento crítico que debe soportar el agitador es de 1872.1 [Nm], el cual sería generado en las peores condiciones de arranque con aceleraciones grandes para poder otorgar la energía de activación de flujo del chocolate. La intervención del moto reductor es de gran ayuda, porque es un elemento limitador de momento y aceleración que se puede llegar a desarrollar en el régimen transitorio de movimiento (al comienzo del movimiento cuando el motor debe contrarrestar todas las fuerzas de inercia de los elementos que intervienen).

En la gráfica 27, se muestran los resultados de la simulación de la resistencia del agitador:



### Gráfica de desplazamientos máximos

Nodes: 33446.1  
Elements: 310735  
Type: Displacement  
Unit: mm  
10/9/2015, 3:21:53 PM

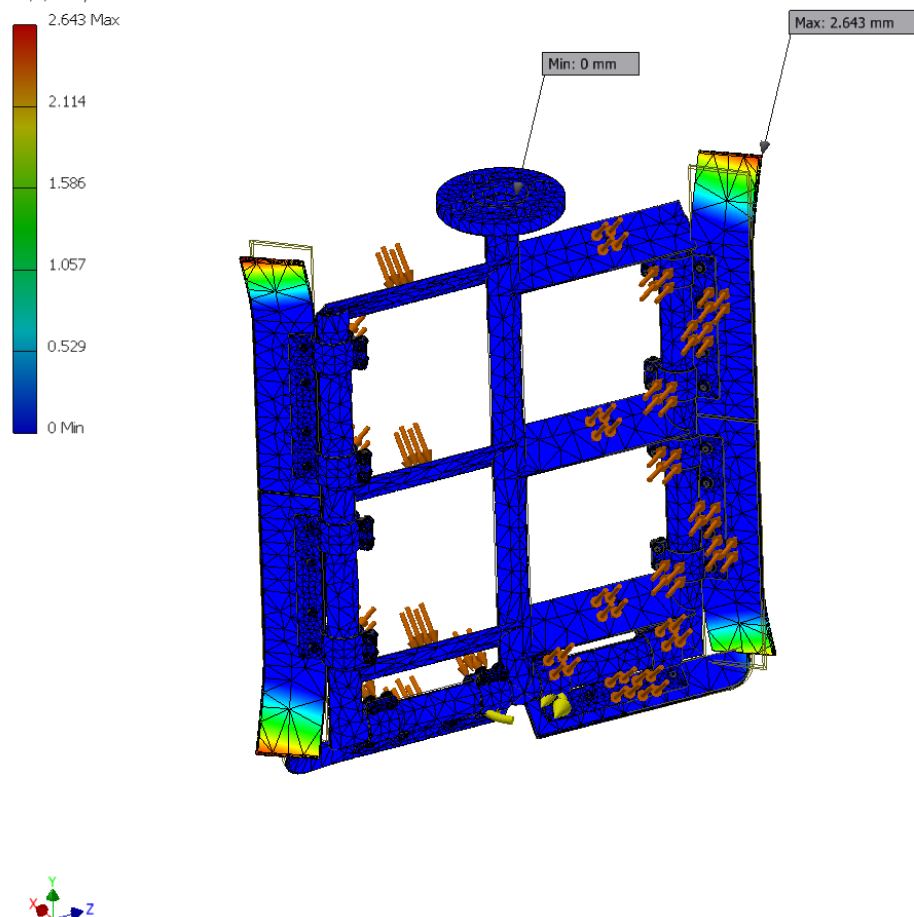


Figura 27. Gráfica de desplazamientos máximos al inicio del movimiento

Elaborado por: Jorge Tatalchá

En la figura 28, se muestra la gráfica que muestra el factor de seguridad generado en el agitador por causa de las cargas calculadas en párrafos anteriores, se puede notar que el agitador no sufre de sobrecargas por las fuerzas que se oponen al movimiento del mismo.

### Gráfica del factor de seguridad

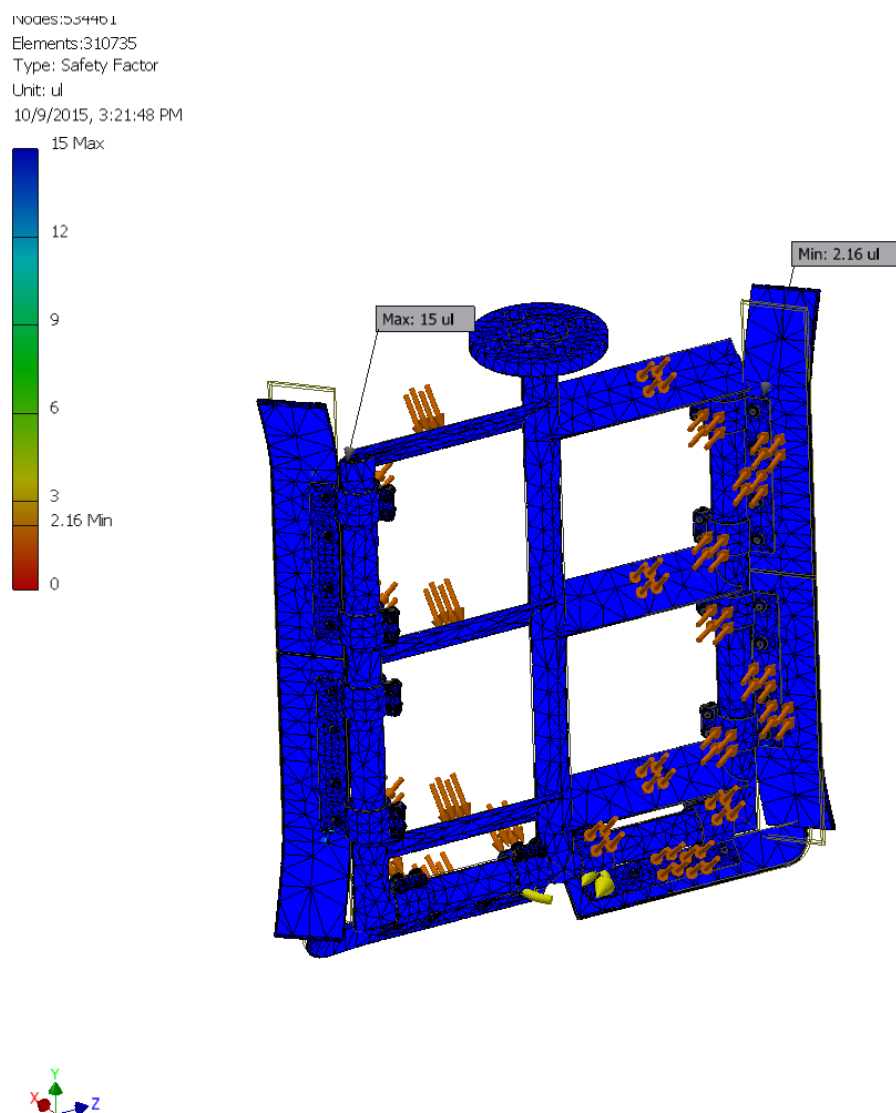


Figura 28. Gráfica del factor de seguridad generado durante la acción de las cargas iniciales

Elaborado por: Jorge Tatalchá

### 3.4 Dimensionamiento de motor eléctrico

El motor eléctrico que se debe dimensionar tiene que cumplir con las mínimas exigencias intrínsecas al proceso de mezclado del chocolate fundido. Como ya se ha mencionado en el cálculo del agitador; las cargas que debe equilibrar el elemento motor son críticas en el inicio del movimiento, las cuales son en parte las

mismas que debe soportar el agitador, porque el agitador no constituye nada más que un elemento de conducción de energía desde el motor hacia el fluido, de aquí que las cargas más grandes que deba mover el motor se generen al principio del movimiento, ya que cuando el movimiento del agitador se ha iniciado las fuerzas que se oponen al mismo son realmente bajas.

Se calcula la carga más crítica que es la que difiere de lo calculado anteriormente como energía de activación de flujo pero esta vez de tal manera que se acople a una potencia razonable de manejar en el equipo que se diseña.

Carga de activación:

Energía de activación de flujo por moles  $E_{ac.mol} = 29.5[\frac{kJ}{mol}]$ .

Masa molar del chocolate  $m_{mol} = 354.4567[\frac{gr}{mol}]$ .

Masa de chocolate  $m_{chocolate} = 44.6 [kg]$ .

$$\frac{20^{\circ}\text{C}}{40^{\circ}\text{C}} = \frac{354,4567 \frac{gr}{mol}}{x}$$

$$x = \frac{(354.4567 \frac{gr}{mol})(40^{\circ}\text{C})}{20^{\circ}\text{C}} = 708.9 \text{ gr/mol}$$

$$E_{ac} = \frac{29.5 \text{ kJ/mol}}{708.9 \text{ gr/mol}} = 0.042 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}}$$

$$E_{ac_{kg}} = (44.6 \text{ kg}) \left( 0.042 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}} \right) \left( 1000 \frac{\text{gr}}{1\text{kg}} \right) = 1873.2 \text{ kJ}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m V_{t_{ac}}^2$$

Velocidad lineal de inicio en régimen transitorio de movimiento circular, considerando una duración 120 segundos de régimen transitorio:

$$V_{t_{ac}} = \sqrt{\frac{(2)(1873.3 \times 10^3 \text{ J})}{44.6 \text{ kg}}} = 289.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega = 43 \text{ rpm} = 4.503 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

Momento de activación:

$$V_t = \left(4.503 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right) (0.2 \text{ m}) = 0.9006 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{tac} = \frac{\Delta V_{tac}}{\Delta t} = \frac{289.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.9006 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{120 \text{ seg}} = 2.41 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$M_{ac} = (44.6 \text{ kg} + 4 \text{ kg}) \left(2.41 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (0.2 \text{ m}) = 23.4 \text{ [Nm]}$$

Se ejecuta una sumatoria de momentos para encontrar el momento resultante que debe entregar el motor para mover el agitador. Se plantea una sumatoria de momentos igual a cero (condición de equilibrio del sistema) porque cualquier momento que supere al resultante ocasionará el inicio del movimiento, por tanto si el motor otorga un valor superior al resultante de la sumatoria garantizara el movimiento del agitador dentro del tanque.

$$\sum M = 0 \quad (50)$$

$$M_m + M_f + M_{ac} + M_\tau = 0 \quad (51)$$

Siendo:

$M_m$  = Momento motor resultante.

$M_f = 0.83 \text{ [Nm]}$ ; Momento calculado en las cargas del agitador.

$M_{ac} = 23.4 \text{ [Nm]}$ ; Momento calculado considerando una duración de 120 segundos en pasar de estado transitorio a estado estable del motor.

$M_\tau = 9.3 \text{ [Nm]}$ , calculado en las cargas del agitador.

$$M_m = (0.83 + 23.4 + 9.3) \text{ [Nm]} = 33.53 \text{ [Nm]}$$

Se obtiene un valor de  $M_m = 33.53 [Nm]$  que el motor debe entregar como mínimo para dar inicio al proceso de mezclado. Del catálogo del moto reductor escogido (marca Rossi, modelo MR 3I 81 UP2A-90 LB 4 277.480-60B5/43.2 B3) podemos apreciar que el motor genera como torque máximo un valor de  $M_{max} = 33.8 [Nm]$ , el cual no serviría según el cálculo realizado, sin embargo también se puede notar que el factor de servicio del motor es de 1.15, es decir; se puede sobre cargar al motor en un quince por ciento de su carga máxima sin riesgo de averiar al equipo, se calcula este porcentaje:

$$M_{max} = 33.8 [Nm] * 1.15 = 38.87 [Nm]$$

Se puede entrever que el momento de sobre carga es superior al necesario, por consiguiente esto garantiza una adecuada operación de arranque. El tiempo de sobre carga que sufre el equipo no es prolongado, solo se da en el inicio del movimiento del agitador cuando el tanque esté en su capacidad máxima de llenado. Si bien se puede hacer varios arranques del motor en un día, no todos serán con el tanque lleno a su máxima capacidad, porque es más factible que se mantenga en continua mezcla durante el día de trabajo con cargas de chocolate de no más del 60% de la capacidad del tanque por ser este tipo de diseño enfocado a pequeños productores en su mayoría.

### **3.5 Diseño del sistema de control de temperatura**

#### **Descripción del sistema**

El sistema de control de temperatura es necesario para la operación del equipo, donde el control de un margen específico de temperaturas determina la calidad del chocolate, siendo los límites de este rango de temperaturas entre 45°C y 55°C.

La dinámica del sistema de control explicado de manera breve es el siguiente:

- El sistema se inicia mediante la activación de un interruptor incorporado.
- Mientras el quemador se enciende y transfiere calor al tanque, agua contenida dentro del mismo se calienta gradualmente, el incremento de temperatura es registrado por el bulbo del sensor RTD.
- Las temperaturas registradas por el RTD serán las que se generan en el volumen de agua, sin embargo estas temperaturas difieren notablemente de las temperaturas generadas en el volumen de chocolate, por tanto la calibración de las señales del sensor RTD debe ser de acuerdo a lo predicho por el modelo matemático establecido y validado en pruebas de operación del tanque.
- Mientras el volumen del chocolate se calienta y funde, el display incorporado en la tarjeta electrónica mostrará el avance de temperatura, en el momento en que se alcance 55°C se activará una luz LED y una bocina de alarma indicando esta condición para alertar al operario.
- Cuando se activa la alarma el operador o la persona a cargo del proceso debe apagar el quemador para que la temperatura del chocolate descienda hasta valores comprendidos en el rango establecido.
- Cuando el volumen de chocolate llegue a la temperatura mínima límite se activaría la luz LED y la alarma indicadora de esta

condición, para volver a encender el quemador si fuera necesario y se repita el ciclo.

### **Ventajas y desventajas**

El sistema de control para el equipo otorga las siguientes ventajas y desventajas la operación que se desea llevar a cabo:

#### **Ventajas:**

- Permite controlar la temperatura del chocolate mientras el equipo está en operación.
- Se puede asegurar la calidad del producto final mediante el control del rango de temperatura en un intervalo específico de temperaturas.

#### **Desventajas:**

Dependiendo del tipo de sistema de control en lo referente a hardware; el valor de construcción final se podría elevar desmesuradamente en comparación con otros rubros invertidos, sin embargo con los elementos que se muestran en la figura 29 se puede implementar sistemas de control mucho más complejos como un sistema PID (sistema de control con retroalimentación) o un sistema de lógica difusa (Fuzzi logic).

Tales sistemas dependen exclusivamente de la habilidad del programador del equipo para ser implementados en el sistema de control.

### **Circuito de control**

Para el circuito de control se eligió una tarjeta electrónica ARDUINO la cual tiene la ventaja de ser una plataforma electrónica abierta; que implica que es de bajo costo, además de no necesitar un entorno de programación dedicado como lo es con un PLC (controlador lógico programable).

Con la tarjeta ARDUINO se puede realizar un control más preciso a un bajo costo ya que se podría implementar a un futuro una variedad de sensores para la misma tarjeta modificando la programación en función de lo que se implemente.

Circuito de control de temperatura

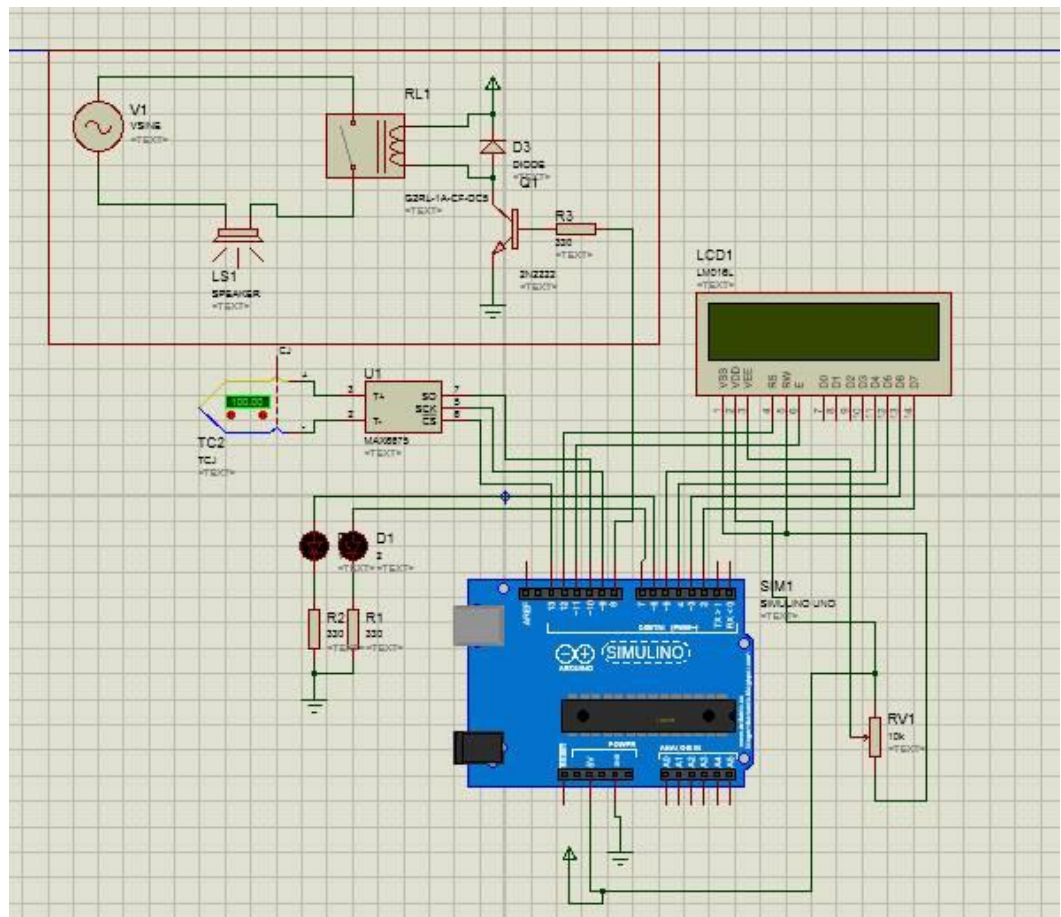


Figura 29. Circuito de control de temperatura configurado para el control del sistema

Elaborado por: Jorge Tatalchá y Rubén Orellana



## Capítulo 4

### Simulación de modelo matemático

#### 4.1 Análisis de ecuaciones

Se debe llevar a cabo el análisis de las ecuaciones que involucran las variables de interés en el proceso de calentamiento y fundición de pastillas de chocolate sólidas, sin embargo; una parte de dicho análisis ya se efectuó en el capítulo II, apartado 2.5, cuando se procedió a resolver las ecuaciones diferenciales

Uno de los puntos que no se ha ampliado debidamente es el método numérico que se expone en este trabajo. El método de resolución numérica Crank - Nicholson es sin duda el más empleado para la resolución de ecuaciones diferenciales de calor por su garantizada estabilidad hacia la convergencia de respuestas.

La característica de ser estable a toda prueba es lo que lo hace superior a los otros métodos sugeridos por la literatura especializada, ya que los métodos convencionales se tornan tremendamente inestables cuando el tiempo en el que se analiza el fenómeno es relativamente grande, lo cual lo vuelve totalmente impráctico, mientras el método ideado por John Crank y Phyllis Nicholson no sufre de este inconveniente (Zill & Wright, 2012).

Las relaciones que se plantearon en el capítulo II; las ecuaciones diferenciales que predicen la transferencia de calor, son clasificadas como parabólicas, que matemáticamente implica que el determinante de la forma general es igual a cero.

Representado simbólicamente es:

Forma general de ecuación diferencial parcial de segundo orden

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + F = 0 \quad (52)$$

Dónde:

$$Z = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix} \quad (53)$$

Entonces:

$$\det|Z| = 0 \quad (54)$$

Dejando de lado las ecuaciones en sí mismas, también se debe tratar las condiciones de frontera, sin estas el problema sería muy general y llevado a un caso particular resultaría prácticamente irresoluble por la falta de condiciones que condicionen una respuesta específica.

En el presente caso se ve que se debe tratar con las condiciones de frontera tipo Dirichlet porque las condiciones que determinan el estado del sistema son las temperaturas ubicadas en las fronteras de sistema, se establece una solución a la función en determinados puntos de las fronteras del sistema para restringir el comportamiento del fenómeno.

#### **4.2 Migración de ecuaciones a modelo numérico**

La migración de las ecuaciones diferenciales que se empleó se lo realizó en el capítulo II, sección 2.7 resolución de ecuaciones.

#### **4.3 Simulación del fenómeno**

La simulación del sistema se lleva a cabo mediante la ecuación 44, y las matrices 45, 46 y 47. El propósito de este trabajo no es ahondar demasiado en la exactitud de la resolución matemática, ya que para una simulación muy aproximada a la realidad asistida mediante métodos numéricos existen programas de diseño tipo CAD tales como Autodesk Inventor CFD o Solidworks, a pesar de que la solución de

problemas de transferencia de calor mediante este tipo de programas es relativamente fácil, el diseño y su simulación representa un gran gasto computacional y de tiempo, por esto se opta por no extender demasiado el análisis.

Se establecen las condiciones de borde, es decir las temperaturas en los puntos conocidos y los datos necesarios para el cálculo.

El valor tentativo de tiempo que se necesita para evaluar el fenómeno se calcula mediante un enfoque de bulto (se considera al sistema como uniforme al paso de energía en todas las direcciones en que se pueda producir esta transferencia energética), a pesar de que sea una aproximación inexacta.

La ecuación de transferencia de calor por convección en régimen transitorio empleada, considera a todo el volumen sin tomar en cuenta los cambios respecto a los ejes coordenados.

Se parte de la ley de enfriamiento de Newton:

$$\rho V C_p \frac{dT}{dt} = Q_{conv} = hA(T - T_{\infty}) \quad (55)$$

$$\ln\left(\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}}\right) = \frac{hA}{\rho V C_p} t \quad (56)$$

Para determinar el tiempo que se demoraría en llegar a los 40°C, se despeja el tiempo de la ecuación 58:

$$t = \frac{\rho V C_p}{hA} \ln\left(\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}}\right) \quad (57)$$

Siendo:

Tabla 2.  
Datos físicos y térmicos recopilados

$\rho$	1320 kg/m <sup>3</sup>
$p$	1590 J/Kg °C
$h$	127.2 W/m <sup>2</sup> °C
$A$	0.124 m <sup>2</sup>
$V$	0.05 m <sup>3</sup>
$T_i$	33.5 °C
$T_\infty$	20 °C

Nota: datos referenciales de cálculo.  
Fuente: (Alvarado, 1994)

Dando:

$$t|_{t=43^\circ\text{C}} = 1320 * 0.05 * \frac{1590}{0.125 * 127.2} \ln\left(\frac{43 - 20}{33.5 - 20}\right)$$

$$t|_{t=43^\circ\text{C}} = 3516 \text{ seg} \cong 58.6 \text{ min}$$

Tiempo mínimo que demoraría en calentarse el volumen de chocolate líquido hasta los 43°C de temperatura óptima, sin embargo el cálculo no está influenciado por las resistencias térmicas de cada material al calentarse, las pérdidas de calor, el cambio de las propiedades térmicas de los materiales cuando se altera su temperatura y el cambio de temperatura al introducir materiales adicionales en el tiempo de mezcla.

Para el proceso de simulación numérica se debe establecer los parámetros necesarios, los cuales se resumen en forma de las tablas a continuación:

Perfil de temperaturas considerado en el eje central del sistema analizado, en el momento inicial ( $t=0$ ).

Tabla 3.  
Perfil de temperatura inicial empleado en la simulación

perfil inicial eje t [i,0] temperatura [°C]	
<b>u0,0</b>	1850
<b>u1,0</b>	36
<b>u2,0</b>	36
<b>u3,0</b>	36
<b>u4,0</b>	36
<b>u5,0</b>	36
<b>...</b>	36
<b>u30,0</b>	36

Nota: tabla de perfil de temperaturas en tiempo inicial cero  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Perfil de temperaturas consideradas como temperatura ambiente promedio en el volumen de aire que estaría en contacto con el chocolate.

Tabla 4.  
Perfil de temperaturas en capa de aire

perfil eje t [20,j] temperatura [°C]	
<b>U30,0</b>	25
<b>U30,1</b>	25
<b>U30,2</b>	25
<b>U30,3</b>	25
<b>...</b>	25
<b>U30,34</b>	25

Nota: tabla de perfil de temperaturas en última capa de aire a través del tiempo.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Perfil de temperaturas desarrollado en la interfaz fuego-acero, la temperatura mostrada es un valor cercano al valor considerado (1980 °C) como temperatura adiabática de llama del propano (gas GLP está compuesto por el 70% de gas propano), se designa esta temperatura ya que la temperatura adiabática no es posible alcanzarla en condiciones normales.

Tabla 5.

Perfil de temperaturas desarrollado entre fuego y acero

perfil inicial eje Z[0,j+n] 1ra capa acero	
t[seg]	u0,j[°C]
0	1850
<b>0.61764706</b>	1850
<b>1.23464706</b>	1850
<b>1.85164706</b>	1850
<b>2.46864706</b>	1850
...	1850
<b>20.9786471</b>	1850

Nota: tabla de perfil de temperaturas en capa de acero en contacto con la llama del gas.

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Tabla 6.  
Datos iniciales empleados en la simulación

TIEMPO		ACERO1		Agua		ACERO2		Chocolate		Aire	
INTERVALOS	34	C1[W/m°C]	14.9	C2[W/m°C]		C3[W/m°C]	14.9	C4[W/m°C]	0.34	C4[W/m°C]	
Tiempo tot[s]	21	$\alpha 1$ [m²/s]	3.95E-06	$\alpha 2$ [m²/s]	1.51E-07	$\alpha 3$ [m²/s]	3.95E-06	$\alpha 4$ [m²/s]	1.95E-07	$\alpha 5$ [m²/s]	1.51E-07
Paso temporal k[s]	0.6176471	Z 1[m]	0.0012	Z 2[m]	0.05	Z 3[m]	0.0012	Z 4[m]	0.4	Z 5[m]	0.4
		intervalos	5	intervalos	5	intervalos	5	intervalos	10	intervalos	5
		h1[m]	0.00024	h2[m]	0.01	h3[m]	0.00024	h4[m]	0.04	h5[m]	0.08
		$\lambda 1$ [W/m°C]	42.356005	$\nu 2$ [m²/s]	0.001	$\lambda 3$ [W/m°C]	4.24E+01	$\nu 4$ [m²/s]	0.833	$\nu 5$ [m²/s]	0.001
				$\lambda 2$ [W/m°C]	0.0009339			$\lambda 4$ [W/m°C]	7.52757E-05	$\lambda 5$ [W/m°C]	2.83125E-08
				$\theta 2$ [°C]	0.0617647			$\theta 4$ [°C]	12.8625	$\theta 5$ [°C]	0.000015

Nota: datos de cada material empleados para la simulación del fenómeno.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Con los datos presentados se obtiene las temperaturas de simulación, resumidas en la tabla 6:

Tabla 7.  
Resumen de perfiles de temperatura obtenidos de simulación

Temperatura [°C]	tiempo [seg]										
Espacio [m]	0	0.617	1.234	1.851	2.468	3.085	3.702	4.319	4.936	5.553	
0	1850	145.46146	684.92572	1346.3848	1284.1753	1226.3989	1169.8885	1038.12964	1091.947999	1128.366318	primera capa de acero inox
0.00024	36	166.24769	588.93381	644.16612	645.79544	650.78288	655.08325	613.070227	658.2682456	613.3459814	
0.00048	36	148.90176	384.24993	355.25621	354.20466	354.32494	355.55067	388.97686	359.3789028	383.7892008	
0.00072	36	116.43866	228.86329	220.05045	222.31462	222.86963	222.95565	221.390275	222.7218878	226.7603299	
0.00096	36	78.54356	135.18226	126.87599	132.25764	136.70408	140.91797	141.6754	147.1664094	164.9721818	
0.0012	36	52.815022	64.886877	80.435734	93.337424	106.12689	118.72849	129.400164	138.4340777	213.3703864	
0.0112	36	37.633934	42.592324	50.157868	58.259254	67.673978	77.967084	87.5702639	34.08260488	-351.2046828	volumen de agua
0.0212	36	37.157731	39.772682	43.207927	47.29403	52.838673	76.322903	273.109657	2958.08567	176025.0237	
0.0312	36	37.142367	39.545153	42.087576	44.126945	20.752509	-792.87915	2854.50412	-134440.5589	2306595.663	
0.0412	36	36.870356	40.165311	44.919271	85.810229	1339.3134	39280.128	715246.544	6207804.339	603378701.9	
0.0512	36	18.730959	23.013698	-17.07351	-1834.518	-60931.07	-1836240.7	23901230.5	-290056541.5	20194415108	
0.05144	36	9.8990042	13.074554	173.42061	5740.2246	178660.71	5287217	-65282156.5	830437797.5	-55058958369	segunda capa de acero inox
0.05168	36	5.610631	10.330518	-558.6764	-19077.27	-580074.3	-17018526	217815047	-2666705422	1.83593E+11	
0.05192	36	3.5289893	-12.92766	2058.3551	64871.648	1929169	56274269	-676618036	8806557875	-5.7018E+11	
0.05216	36	2.6453561	95.332115	-6456.668	-199095.2	-5859905	-170505123	2302081614	-26670565159	1.94005E+12	
0.0524	36	-4.869526	-242.9425	23873.369	719598.94	21031165	611010105	-6596773772	95553400084	-5.56004E+12	
0.0924	36	22.775129	142.26372	25038.139	747893.14	21851718	635031509	1614886354	99341772358	1.36114E+12	chocolate
0.1324	36	-4.317032	246.39897	-20888.45	-605793.5	-17560204	-509329409	5907533378	-79627066890	4.97958E+12	
0.1724	36	25.508772	200.90025	-27026.39	-786137.1	-22851371	-663509796	5413684055	-1.03795E+11	4.56473E+12	
0.2124	36	-13.84443	-94.07051	3103.2874	82496.528	2358105	68323003	-1198973083	10698639232	-1.01022E+12	
0.2524	36	-9.244776	-41.22056	-4968.582	-139672.1	-4032469	-116958739	-710421863	-18297956777	-5.99238E+11	
0.2924	36	-10.478	87.992136	-6509.366	-179026.9	-5150157	-149303519	1619642644	-23363063696	1.36781E+12	



0.3324	36	-6.436169	109.55662	-6805.917	-190770.3	-5501970	-159506032	1517065421	-24946829088	1.28007E+12	
0.3724	36	-25.54184	-87.33611	1636.9625	27304.767	593071.82	15360275	-803181219	2249655016	-6.76717E+11	
0.4124	36	-26.71905	-270.6541	-164.3114	-42105.62	-1602515	-50095792	-2865755876	-8135895711	-2.41136E+12	
0.4524	36	36.018554	35.218061	9.5669618	-705.7401	-21246.98	-615179.26	-9403271.77	-96008861.44	-7918071603	
0.4924	36	36.14085	36.417144	36.695106	33.170788	-75.8884	-3238.0841	-42158.8968	-511119.9337	-35599767.59	
0.5724	36	36.14136	36.42733	36.85273	37.130006	36.89414	21.622497	-164.754	-2485.498049	-171027.6533	aire
0.6524	36	32.513461	32.514567	32.515971	32.517064	32.516739	32.474699	31.9593815	25.51419773	-440.9568578	

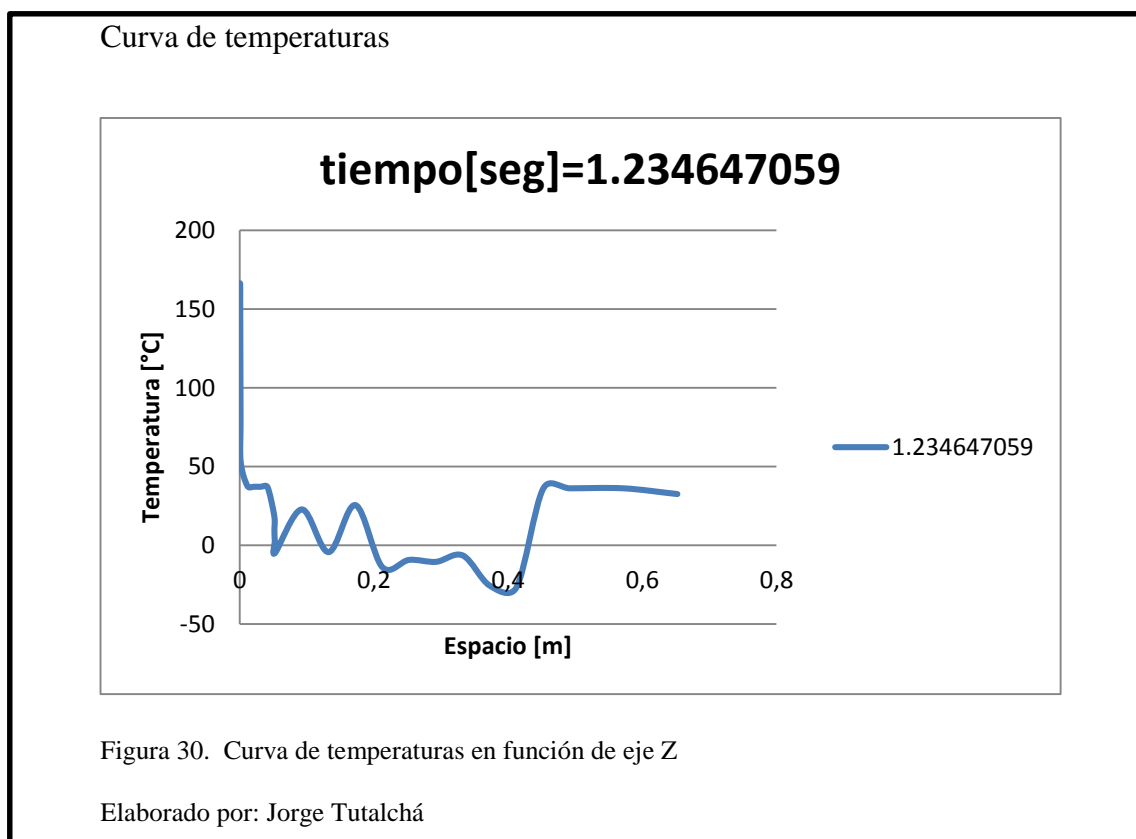
Nota: resumen de tabla de respuestas obtenidas por la simulación generada en Matlab.

Elaborado por: Jorge Tatalchá

No es fácil apreciar la evolución de las temperaturas a través de la coordenada Z, y tampoco es fácil vislumbrar el desarrollo de las temperaturas a través del tiempo establecido. Sin embargo, se puede notar temperaturas que presentan signos negativos que interpretados físicamente quieren decir que parte del sistema estaría congelándose, lo cual resulta imposible. Este hecho se aprecia de mejor manera en las gráficas presentadas desde la figura 30 hasta la figura 37.

Se puede apreciar a su vez que rangos de temperatura simulados se elevan hasta el orden de millones de grados centígrados; esto no es físicamente posible considerando que la fuente de calor para el sistema es un quemador industrial funcionando con gas licuado de petróleo GLP.

Evolución de temperaturas en una sola línea de tiempo, se muestra como progresa la temperatura a través del eje coordenado Z en función del tiempo, es decir para un determinado instante de tiempo se muestra la distribución de temperaturas que sufre el sistema en los distintos puntos de su longitud:



### Curva de temperaturas

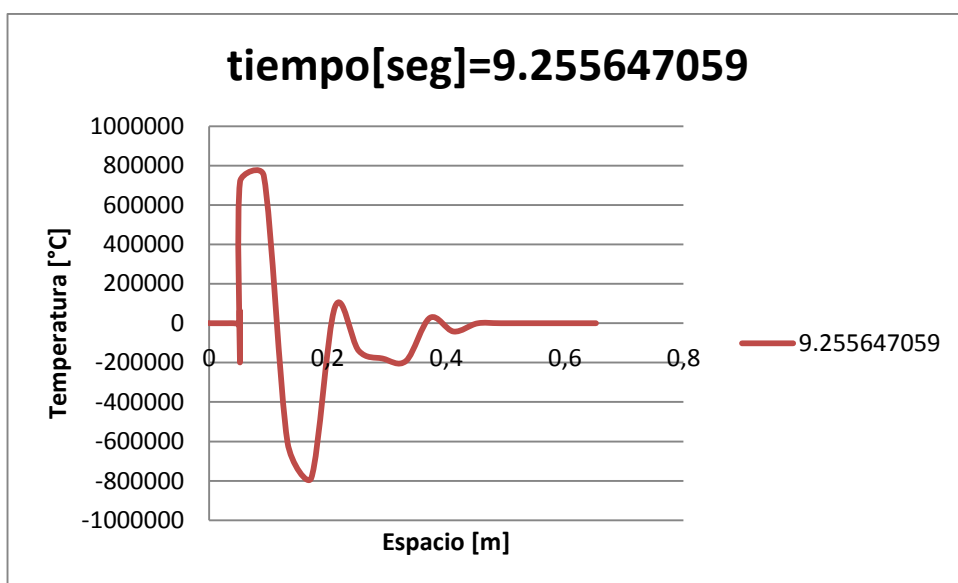


Figura 31. Curva de temperaturas en función del eje Z

Elaborado por: Jorge Tatalchá

### Curva de temperaturas

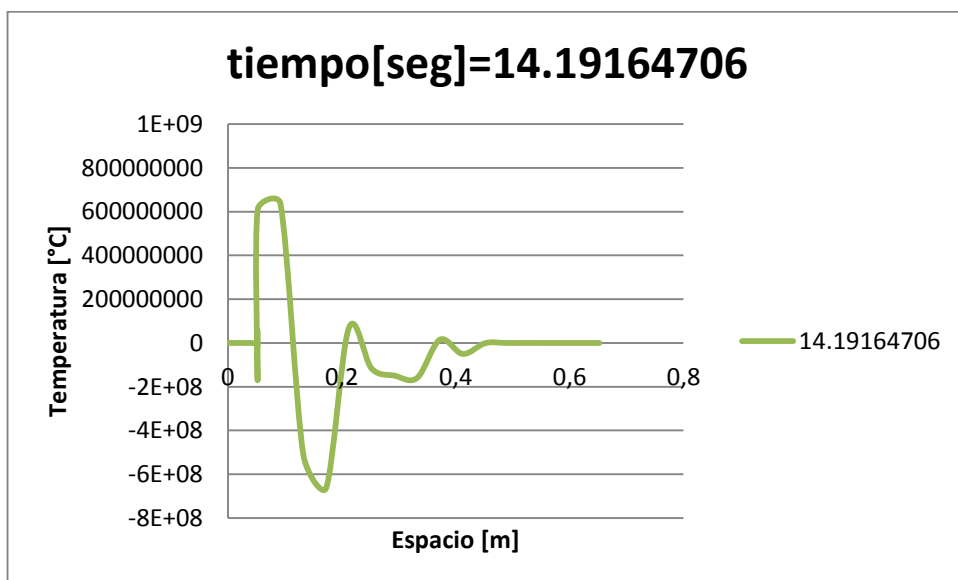


Figura 32. Curva de temperaturas en función del eje Z

Elaborado por: Jorge Tatalchá

### Curva de temperaturas

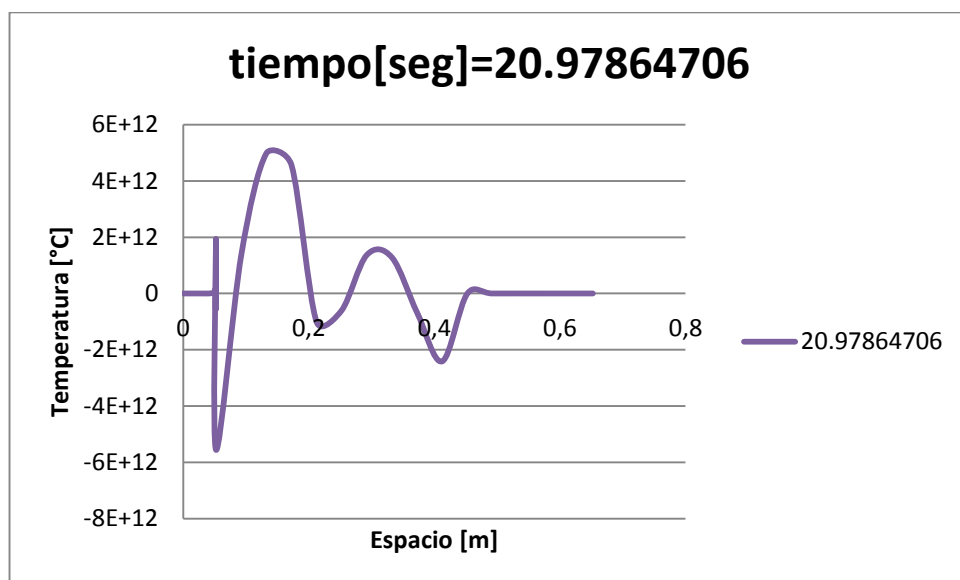


Figura 33. Curva de temperaturas en función del eje Z

Elaborado por: Jorge Tatalchá

Se muestra en la figura 34 el desarrollo de temperaturas a través de tiempo en un mismo punto de la longitud del sistema.

### Curva de temperaturas

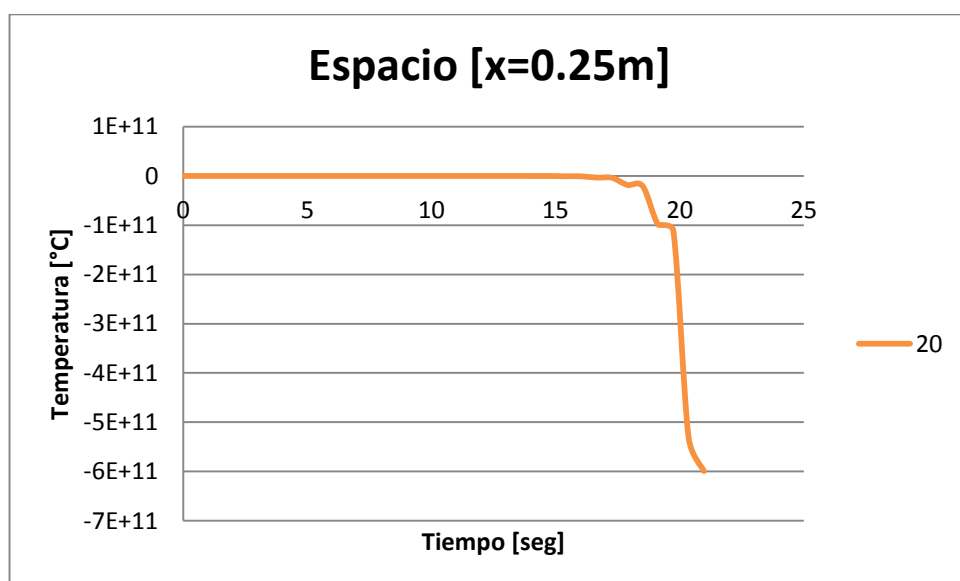
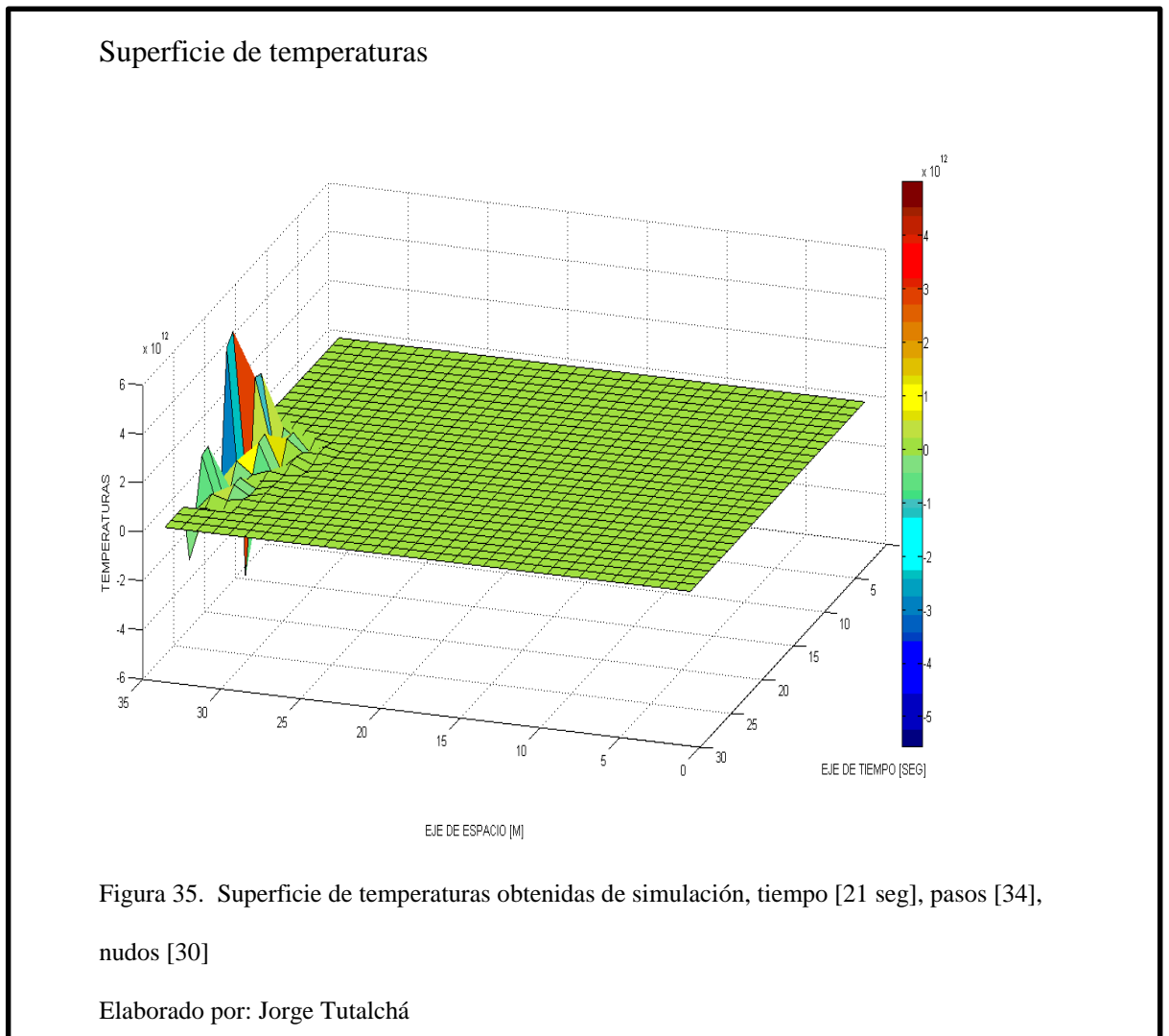


Figura 34. Curva de temperaturas en función del eje tiempo

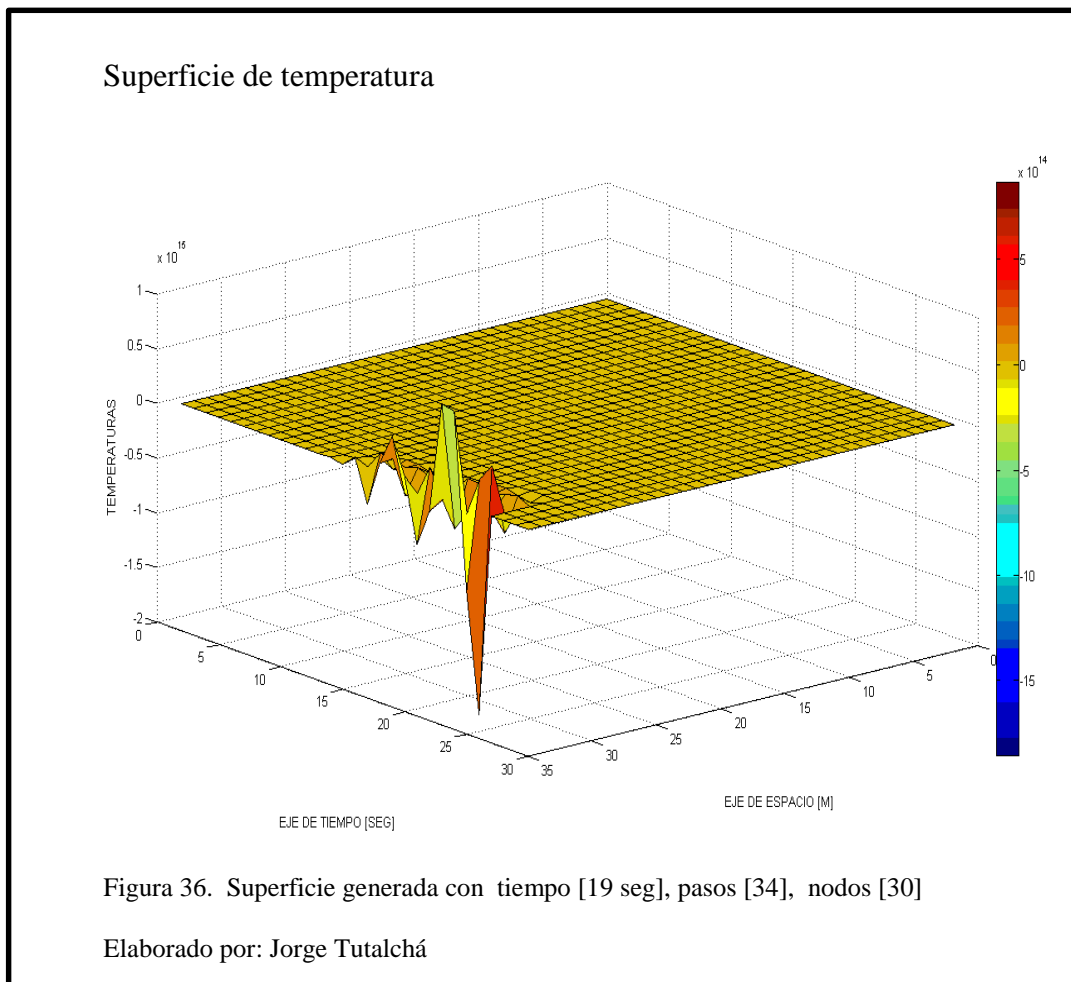
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Como se aprecia, las curvas que describen el comportamiento simulado de la temperatura en el sistema tiene variaciones erráticas que no pueden corresponder al fenómeno físico real. Esto demuestra que el modelo matemático planteado todavía no es fiable por todas las inestabilidades que presentan los datos obtenidos de las distintas simulaciones.



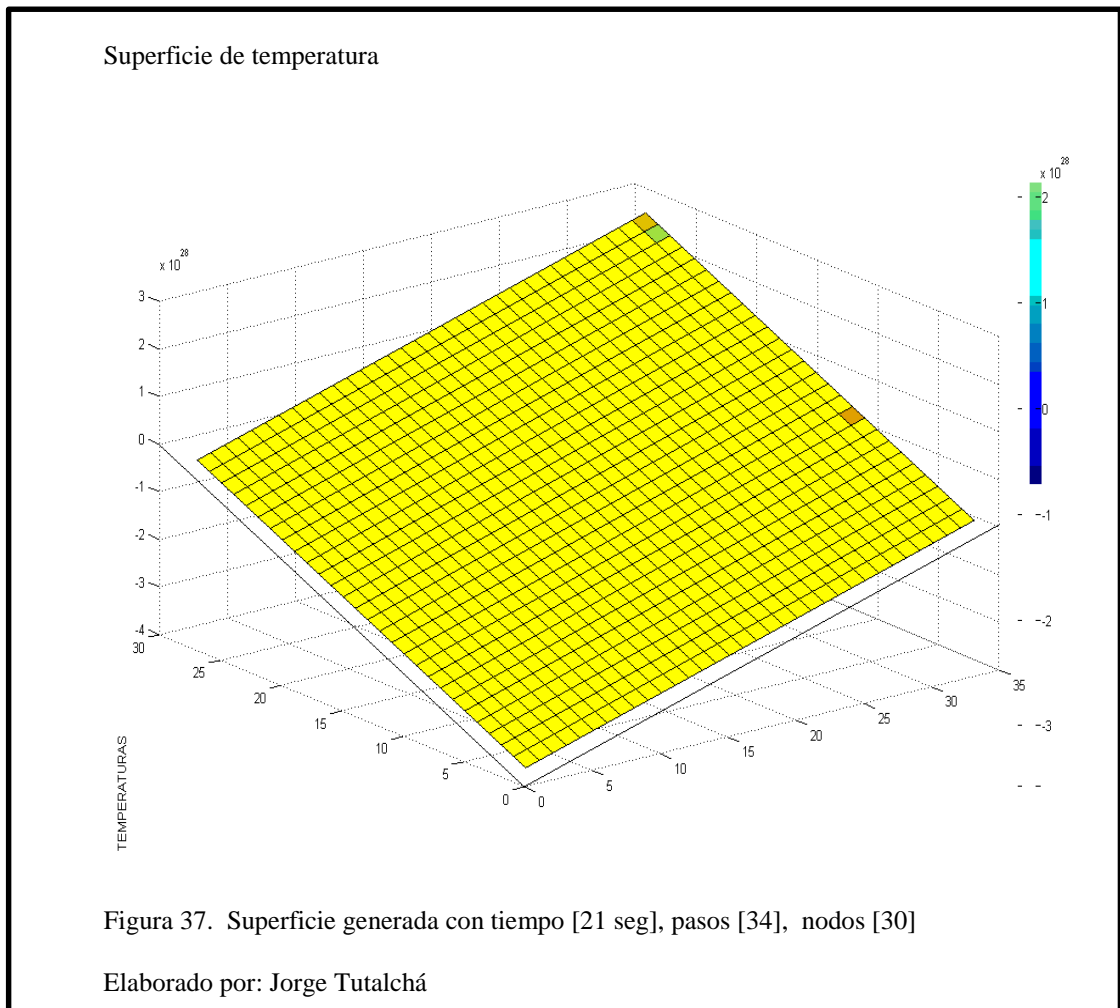
Para una mejor visualización se presentaron las anteriores gráficas bidimensionales que son un extracto de los datos representados por superficie de la figura35. Si se varían los parámetros de construcción de mallado se generan cambios

drásticos en los resultados, llegando al punto de generarse indeterminaciones en la matriz de resultados cuando se ejecuta la resolución de un gran número de nodos. Para contrastar lo mencionado se presenta la superficie de temperaturas en la figura 36 obtenida a partir de cambios en los parámetros de mallado:



Las simulaciones ejecutadas demuestran que la convergencia de resultados no es adecuada y los datos producidos por estas simulaciones son poco fiables. El método por el cual se resuelven las incógnitas planteadas también tiene influencia en los resultados obtenidos, lo cual se demuestra en la gráfica 37 donde se ha cambiado el método Thomas de resolución de incógnitas por el método convencional de

multiplicación por matriz inversa, generando una gráfica totalmente diferente en comparación con la gráfica 35.



Es notable el cambio que se genera en los resultados cuando se varía el método de resolución de incógnitas, lo cual induce a pensar que el método más adecuado (a pesar de las inestabilidades presentadas) para la resolución del sistema es el método Thomas para sistemas tridiagonales.

## Capítulo 5

### Costos

#### 5.1 Costos de diseño

Los costos de diseño dependen de lo que establece cada fabricante, en el país puede variar desde el 5% al 10% como máximo de los costos de fabricación del equipo.

Tabla 8.  
Costos de diseño

costos de diseño				
Ítem	Descripción	Cantidad [hora]	Costo unit. [\$]	Costo total [\$]
1	Costos de diseño; costo por hora de diseño	59	6	354
			Total:	354

Nota: costos por diseño de equipo, valor promedio por hora.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

#### 5.2 Costos de materiales

Se presentan en la tabla 9 los costos cotizados para la adquisición de los materiales necesarios para la construcción del equipo diseñado.

Tabla 9.  
Costos de materiales

Costos de materiales							
Ítem	Descripción	unidad comercial	tamaño comercial	Costo unit.	Cantidad empleada	unid.	Costo total
1	plancha AISI 316 espesor 1mm	1	u (2.97m <sup>2</sup> )	84	0.52	m <sup>2</sup>	43.84
2	plancha AISI 316 espesor 5mm	1	u (2.97m <sup>2</sup> )	456.55	0.13	m <sup>2</sup>	58.41



<b>3</b>	plancha AISI 304 espesor 2mm	1	u (2.97m <sup>2</sup> )	212	0.06	m <sup>2</sup>	11.66
<b>4</b>	tubo cuadrado AISI 316, 50x50 mm x 2 mm	1	u (6 m)	110.91	0.77	m	85.03
<b>5</b>	tubo cuadrado AISI 316, 30x30 mm x 2 mm	1	u (6 m)	45.2	2.40	m	108.48
<b>6</b>	tubo redondo AISI 304, 1 pulgada (diámetro externo 33.4mm), sch 5s, espesor 1.65mm	1	u (6 m)	30.61	0.08	m	2.55
<b>7</b>	tubo redondo AISI 304, 3/4 pulgada (diámetro externo 26.6mm), sch 10s, espesor 2.11mm	1	u (6 m)	54.61	0.33	m	18.20
<b>8</b>	tubo redondo AISI 316, 3/4 pulgadas (diámetro externo 26.6 mm), sch 10s, espesor 2.11mm	1	u (6 m)	54.61	0.17	m	9.10
<b>9</b>	platina AISI 316, 50mmx2mm	1	u (6 m)	27.69	0.08	m	2.31
<b>10</b>	platina AISI 316, 50mmx4mm	1	u (6 m)	36.87	0.08	m	3.07
<b>11</b>	platina AISI 304, 25mmx2mm	1	u (6 m)	6.6	0.08	m	0.55
<b>12</b>	platina AISI 304, 50mmx4mm	1	u (6 m)	36.87	0.13	m	4.61
<b>13</b>	eje AISI 316, diámetro 1" 1/4" , 0.5 metros	1	-	17.068	-	-	17.07

<b>14</b>	Brida cuello deslizante, 4 agujeros, AISI 304, 2 1/2"	2	-	45	-	-	90.00
<b>15</b>	Brida cuello deslizante, 4 agujeros, AISI 304, 3/4"	2	-	10	-	-	20.00
<b>16</b>	válvulas de bola, 1 pulgada, inox AISI 304,	2	-	86	-	-	172.00
<b>17</b>	varilla roscada AISI 316, M10x 1.5 , 1 metro	1	-	6.18	-	-	6.18
<b>18</b>	pernos allen inoxidables M10x1.5, longitud 70mm, con 2 arandelas de presión y tuercas	25	-	0.99	-	-	24.75
<b>19</b>	tornillos cabeza redonda hexagonales inoxidables, M5x0.8, longitud 10mm	50	-	0.2	-	-	10.00
<b>20</b>	electrodos de inoxidable AWS 308L ,1/8" revestido (kilogramo)	1	Kg	18.4	-	Kg	18.40
<b>21</b>	material aporte para soldadura TIG inoxidable (Kilogramo) 308L 1.6x1000 mm	1	Kg	23.52	-	Kg	23.52
<b>22</b>	material aporte para soldadura TIG inoxidable	1	Kg	28.56	-	Kg	28.56

	(Kilogramo) 316L 1.6x1000 mm						
<b>23</b>	válvula de presión de 0.5 bares	1	u	40	-	u	40.00
<b>24</b>	lana de vidrio (metro cuadrado)	2	m <sup>2</sup>	5	-	m <sup>2</sup>	10.00
<b>25</b>	Moto reductor Rossi, motor 3 HP incluido, 43 rpm, ejes paralelos	1	u	1546.72	-	u	1546.72
<b>26</b>	Sensor RTD marca WIKA, 3 hilos, bulbo 2.5", rosca ½"NPT	1	u	129.85	1	u	129.85
<b>27</b>	elementos electrónicos y plataforma programable	1	u	50	1	u	50.00
						Total:	2534.87

Nota: costos por materiales y componentes diseñados del equipo.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

### 5.3 Costos de fabricación

Se presentan en la tabla 10 los costos por operaciones de manufactura necesarios para la fabricación del equipo.

Tabla 10.  
Costos de fabricación

costos de fabricación					
Ítem	Descripción	Cantidad	unid.	Costo unit.	Costo total
1	corte de planchas	15	U	1	15
2	rolado de planchas	4	U	5	20
3	perforado de planchas	70	U	2.5	175
4	soldadura de plancha, proceso TIG	550	Cm	1.2	660
5	soldadura de tubos , proceso SMAW	34	Cm	5	170
6	proceso de montaje completo	1	U	50	50
				total:	1090

Nota: costos por fabricación de elementos del equipo.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

#### 5.4 costos de insumos y logística

Se presentan en la tabla 11 los valores estimados para la entrega del equipo en el lugar donde operará.

Tabla 11.  
Costos de embalaje

costos varios				
Ítem	Descripción	Cantidad	Costo unit.	Costo total
1	embalado de piezas	30	1.5	45
2	transporte de equipo hacia planta de fabricación Pomasqui	1	30	30
3	imprevistos	1	50	50
			Total:	125

Nota: valores por costos imprevistos durante el traslado del equipo a el lugar de operación.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

#### 5.5 Resumen de costos

Se presentan en la tabla 12 los costos que abarcarían el desarrollo y fabricación del proyecto diseñado.

Tabla 12.  
Resumen de costos

Ítem	Descripción	Costo total
<b>1</b>	Costos por diseño	\$354.00
<b>2</b>	Costos de materiales	\$2534.87
<b>3</b>	Costos de construcción	\$1090.00
<b>4</b>	Costos varios	\$125.00
	<b>Total</b>	\$4103.87

Nota: resumen de costos en que está valorado el equipo diseñado.  
Elaborado por: Jorge Tatalchá

Se muestra el detalle de los costos que interviene en el proyecto, el total de costo del proyecto es 4103.87 dólares aproximadamente.

## Conclusiones

- Tras analizar los resultados obtenidos por la simulación numérica se concluyó que el modelo matemático todavía no es estable, la simulación por computadora como es presentada en este trabajo tiene una convergencia limitada, demostrado por la figura 35, 36 y 37 que muestra superficies distintas entre sí, además que no presentan un significado físico correcto del fenómeno. Este inconveniente puede ser resultado de errores introducidos por redondeo o por el marco conceptual matemático establecido para la resolución conjunta de varias capaz de material con diferentes procesos de transferencia de calor asociados o por inestabilidades propias de la resolución por medio de diferencias finitas.
- Se concluye que el proceso analizado minuciosamente resulta complejo puesto que tienen que ser analizados tres procesos de convección; uno de los cuales tiene una dinámica de fluido altamente compleja por la agitación del mismo, además de verse en la obligación de analizar dos procesos de conducción de calor en geometrías radiales relativamente complicadas. A pesar de esto; se puede simplificar la tarea de monitorear el desarrollo de las temperaturas mediante la implementación de un sistema automático de control con sensores que oscile alrededor de un punto determinado de temperatura que podría ser de 50 °C como punto medio de trabajo.
- La simulación por software permite concluir que se puede considerar al agua como amortiguador térmico para el sistema y la distribución de calor sobre el chocolate, lo cual asegura un calentamiento uniforme aceptable sobre el volumen de chocolate que permitirá un adecuado y estable proceso de fusión para obtener un material de calidad esperada

- Se concluye en base a los costos presupuestados que resulta económicamente más eficiente construir la maquina en el país antes que importar del exterior, ya que equipos de características similares están cotizadas desde 5000 dólares hasta los 8500 dólares sin tener en cuenta el coste por importación. Esto supondría un considerable ahorro para el pequeño y mediano productor.

### **Recomendaciones**

- Se recomienda que se implemente un sistema de estabilización para el modelo matemático tal como los métodos sugeridos por autores como T. J. R. Hughes y A. Brooks para ecuaciones de convección difusión en análisis por diferencias finitas.
- En el caso de que se profundizara en el tema tratado se recomienda que se extienda el análisis a un esquema de resolución de ecuaciones por elementos finitos para lograr un modelo matemático más acertado.
- Se recomienda, de ser posible, que se contraste los datos obtenidos con datos arrojados por prácticas de laboratorio.
- En el caso de llegarse a dar la construcción del equipo diseñado, se recomienda que se empleen sensores de temperatura dentro de la camisa de vapor (o camisa cerrada), ya que dentro de la masa de chocolate no se puede ubicar directamente sensores térmicos para automatizar el proceso de control del equipo.
- Se recomienda que para la implementación de un sistema de control de temperatura más exacto se opte por un sistema PID (mecanismo de control por realimentación) o un sistema Fuzzi Logic (sistema de lógica difusa).



## Referencias

- Alvarado, J. d. (1994). *Red Iberoamericana de innovacion y conocimiento científico*. Recuperado el 14 de agosto de 2015, de [https://www.redib.org/recursos/Record/oai\\_articulo465741-variacion-propiedades-fisicas-grasa-cacao-temperatura](https://www.redib.org/recursos/Record/oai_articulo465741-variacion-propiedades-fisicas-grasa-cacao-temperatura)
- ANECACAO. (2013). *ANECACAO*. Recuperado el 4 de junio de 2015, de Asociacion nacional de exportadores de cacao del Ecuador: <http://www.anecacao.com/es/historia-del-cacao/>
- Arrieta Valderrama, G. A. (11 de Octubre de 2012). Metodologia de optimizacion numerica multi-objeto y de simulacion numerica de la interaccion fluido-estructura del desempeño de un agitador con impulsor PBT variando ángulo, altura y velocidad de rotación utilizando ANSYS CFX, MECHANICAL y DESIGN EXPLORER. Lima, Peru: Pontificia Universidad Catolica del Perú.
- Avelino Santos, Erika Dorathy; Ferreira Silva, Savana Mara; Avelino Santos, Anne Caroline; De Oliveira Junior, Antonio Martins; Da Silva, Gabriel Fancisco;. (27 de octubre de 2013). Determination of experimental convective heat-transfer coefficient of chocolate cupcake cooled in environment temperature. *Anais simtec, Simposio internacional de inovacao tecnologica. D.O.I.: 10.7198/s2318-34032013001033*. Sao Cristovao, Brasil.
- Carpio, A. (2015). *Algunos resultados recientes sobre ecuaciones no lineales*. Macrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Cengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2011). *Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones*. Mc Graw-Hill.
- Cengel, Y., & Palm III, W. (2014). *Ecuaciones diferenciales para ingenieria y ciencias*. Mc Graw-Hill.

- Checa Martínez, E., & Hernández García, V. (1995). *Implementación paralela de un método numérico híbrido global en ecuaciones de convección difusión*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- club del chocolate*. (2012). Recuperado el 2 de octubre de 2015, de <http://www.clubdelchocolate.com/76-a-que-llamamos-chocolate.html>
- Company, S. (2015). *Productos - Swagelok*. Recuperado el 14 de agosto de 2015, de Roscas y conexiones finales. Guía de identificación: <https://www.swagelok.com.mx/products.aspx>
- Corporation, A. S. (s.f.). *Product data sheet 304/304L Stainless steel*. Recuperado el 3 de agosto de 2015, de <http://www.aksteel.com>
- Dante, G., Girón, C., Madrid, A., Mogollón, C., Quiroz, C., & Villena, D. (2012). *Diseño de la línea de producción de chocolate orgánico*. Piura: Universidad de Piura.
- Esquerre Arribasplata, W. (2005). *Trasvase del chocolate en fase fluida viscosa no newtoniana cálculo del equipo de bombeo de una planta de chocolate*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Group, R. H. (Noviembre de 2014). *Rossi motorreductores*. Recuperado el 23 de agosto de 2015, de <http://www.rossimotorreductores.es/index.php/es/>
- INEC, I. n. (s.f.). *Procesador de estadísticas agropecuarias*. Recuperado el 5 de junio de 2015, de <http://www.ecuadorencifras.gob.ec/procesador-de-estadisticas-agropecuarias-3/>
- INOPRES. (2012). *Catalogo 2012; Acero inoxidable para instalaciones. Catalogo 2012*. Barcelona, España.
- Karlekar, B. V., & Desmond, R. M. (1995). *Transferencia de calor*. Mc Graw-Hill.

- Lewis, R. W., Nithiarasu, P., & Seetharamu, K. N. (2004). *Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow*. England: John Wiley & Sons, Ltd.
- Manjarrés Córdova, D. L., & Pacheco Chávez, L. E. (Noviembre de 2008). Seguridad industrial en instalaciones centralizadas gasodomésticas. Quito, Pichincha, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional.
- Martinez, I. (1992). *Termodinamica, Basica y aplicada*. Madrid: Editorial DOSSAT, S.A.
- Mott, R. L. (2006). *Mecánica de Fluidos*. México: Pearson Educacion.
- Normalización, I. E. (1989). *Codigo de dibujo tecnico-mecanico*. Recuperado el 8 de octubre de 2015, de <https://law.resource.org/pub/ec/ibr/ec.cpe.003.1989.pdf>
- Ozisik, M. N. (2000). *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. Florida: CRC Press.
- Peña Ramos, R. E., & Parra Sosa, J. H. (2007). *Diseño de un prototipo de máquina para fundir chocolate*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Pérez Lara, G. A. (2006). *Mejora en el proceso de temperado del chocolate en una industria chocolatera Ecuatoriana*. Guayaquil: Escuela Superior Politecnica del Litoral.
- Piña, M. (s.f.). *ACADEMIA EDU*. Recuperado el 21 de agosto de 2015, de TP calculo de potencias de agitacion: [https://www.academia.edu/3633674/TP\\_c%C3%A1lculo\\_de\\_potencias\\_de\\_agitacion](https://www.academia.edu/3633674/TP_c%C3%A1lculo_de_potencias_de_agitacion)
- PROEcuador. (2013). *Analisis de sector Cacao y elaborados 2013*. Quito.
- Rojas Diéguez, J. J. (2009). Determinación experimental del coeficiente de transferencia de calor convectivo en la superficie de una esfera de cobre. *REvista electronica No. 11, Universidad Rafael Landívar*, 33-43.

- S.A., F. (2007). *Catalogo Bidas Forjadas - Provindus*. Recuperado el 17 de agosto de 2015, de [http://www.provindus.com.py/Contenidos/Productos/Francovigh/Catalogos/FRANCOVIGH\\_Catalogo\\_General.pdf](http://www.provindus.com.py/Contenidos/Productos/Francovigh/Catalogos/FRANCOVIGH_Catalogo_General.pdf)
- S.A., T. F. (s.f.). *Aceros inoxidables Guia de productos*. Recuperado el 9 de agosto de 2015, de <http://en.tkfortinox.com/pdf/GuiaAcerosInoxidables.pdf>
- Serway, R., & Jewett, J. (2010). *Physics for scientists and engineers*. Belmont: CENGAGE Learning.
- Stewart, J. (2007). *Calculo de una variable. Trascendentes tempranas*. Paraninfo Thomson Learning.
- Thiercelin, D. B. (2015). *DIRECT INDUSTRY*. Recuperado el 25 de julio de 2015, de <http://www.directindustry.es/prod/lightnin/product-24564-59977.html>
- TI.C.T, S.L. . (2015). Recuperado el 1 de octubre de 2015, de INSTRUMENTACIÓN CIENTÍFICO TÉCNICA: <http://www.ictsl.net/productos/acero/0000009f3a130ac7d.html>
- WebQC.org. (7 de octubre de 2011). Recuperado el 3 de octubre de 2015, de <http://es.webqc.org/molecular-weight-of-CHOCOLaTe.html>
- Zill, D. G., & Wright, W. S. (2012). *Matematica avanzada para ingenieria*. McGraw-Hill.